# PUENTES LEVADIZOS

POR EL

CAPITÁN DE INGENIEROS

D. JUAN CALVO ESCRIVÁ

**Profesor de la Academia del Cuerpo.**

GUADALAJARA

IMPRENTA Y ENCUADERNACIÓN PROVINCIAL

1899

# ADVERTENCIA

Esta obra ha sido impresa después del fallecimiento de su autor. La persona que se ha encargado de dirigir la impresión, partiendo del borrador que dejó el malogrado capitán Calvo, suplica á los lectores tengan en cuenta estas circunstancias.

# PUENTES MÓVILES MILITARES

## RESEÑA HISTÓRICA.

**1.** Si la idea del foso ha sido contemporánea de la de muralla, en su calidad ambas de obstáculos levantados por el débil para protejerse del fuerte, parece que la de franquear aquél por un medio que permitiera en caso necesario la restitución al obstáculo de su valor como tal, debe haber seguido con escaso intérvalo á la invención del foso: no se encuentran, sin embargo, datos bastantes, quizás por la naturaleza misma de los materiales empleados, para poder establecer cuál fuera la constitución de los puentes de tablero móvil, ni siquiera si los hubo, en las fortificaciones más antiguas; el puente construído por Semíramis en Babilonia, que según De Ville (1) consistía en una serie de maderos juxtapuestos que se quitaban por la noche para ser retirados al interior del recinto, parece que no debe considerarse sino como una fábula por la falta de fundamentos serios sobre su existencia.

Pero si carecemos de datos para establecer la existencia de puentes móviles á través de los fosos de las primitivas fortificaciones (2), consta de un modo terminante que se establecieron,

(1) Antoine de Ville, *Les fortifications*, citado por el mayor Gratry, *Essai sur les ponts móbiles militaires.*

(2) Sabido es que algunos escritores han sostenido carecían de foso los recintos de las antiguas plazas, fundándose en que los escritores de la época no hablan de su paso al describir los sitios más célebres. Otros escritores hacen, sin embargo, mención expresa del mismo, y según Zastrów, su existencia debe considerarse como indudable.

aun cuando con objeto distinto del de franquear aquéllos. Los eleópolos ó torres de asalto estaban provistos, para salvar el espacio que quedaba entre ellos y las murallas, de puentes levadizos corredizos que se maniobraban desde su interior, habiéndose empleado por vez primera en el sitio de Tiro por Alejandro (331 a. J. C.) y debiéndose su invención al célebre ingeniero Diades (1).

Asimismo para separar las torres flanqueantes del resto del recinto á que pertenecían, constituyendo con ellas núcleos de resistencia, se establecían cortaduras que se salvaban en tiempo ordinario por un tablero fácil de quitar en el momento en que el enemigo se apoderaba de un punto de la muralla: en el Tratado de arquitectura de Vitrubio se lee acerca de este particular: «En la gola de las torres el muro debe interrumpirse sobre »toda la anchura de ellas: á fin de que el camino de ronda sea »continuo á lo largo de esta gola, se cubrirá el hueco por un ta»blero que se tendrá cuidado de no clavar: si el enemigo llega á »apoderarse de alguna porción del muro, los defensores quitan »el tablero, y si la operación ha sido hecha con bastante celeri»dad, impedirán al enemigo extenderse por las otras partes de las »torres....» (2).

Pero en las entradas de las plazas, cuyo acceso en la época de la dominación romana, en que tanto se perfeccionó la arquitectura militar, se procuró dificultar por varios medios, como el establecimiento de torres flanqueantes y obras avanzadas, quebrando las comunicaciones en forma tal, que el agresor hubiera de presentar el flanco no protegido por el escudo á su enemigo, etc., etc., no se llegaron sin embargo á usar los puentes móviles: un puente fijo sobre pilas de madera, fácil de destruir en caso necesario, daba acceso á la plaza, empleando otras veces puentes de de mampostería ó un simple dique de tierras.

**2.** En los primeros siglos de la Edad media la fortificación

---

(1) Beausobre, *Tableau militaire des Grecs*, citado por Delair, *Histoire de fortifications anciennes*, pág. 313.

(2) *Tratado de arquitectura*, libro I, capítulo V, citado por Rochas.— *Principes de la fortification antique.*

adelantó poco ó nada, construyéndose las plazas ó puntos fuertes con arreglo á los principios establecidos por los romanos; la invasión de los bárbaros obligó á fortificar numerosas ciudades; pero estas obras, improvisadas en su mayoría, nada tenían tampoco de notable y nada pueden enseñarnos relativo al asunto que nos ocupa.

A principios del siglo x consta que se construían puentes móviles en las entradas de las plazas, del tipo de los corredizos, y aun cuando carezcamos de datos sobre ellos, parece que debían ser semejantes á los que luego describiremos, como muy generalizados en el siglo XIII, y que según Viollet le Duc (1) se construían desde época muy anterior en las provincias meridionales de la Francia.

En la crónica de los duques de Normandía, de Benoit de Saint Maur (2), dice éste hablando de los trabajos de defensa ejecutados cuando los Normandos se presentaron delante de París (900).

Fait i unt puis de granz cloisons,
Fossez, paliz e hericons,
Bretesches e *ponz torneiz*.

El famoso torreón conocido con el nombre de baño de la Caba, existente en Toledo á orillas del Tajo, defendía un puente destinado á dar paso al interior de la ciudad, que á mediados del siglo x hizo construir el bravo Almansur, hagib de Hixem II: el piso intermedio de los tres de que consta esta torre, de nivel con el del puente, estaba construído por un tablero probablemente móvil, aun cuando no se pueda presumir cuál era la disposición para él adoptada (3).

En las torres de asalto, más empleadas en aquella época por

---

(1) *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XI an XVI siècle*, tomo VII, art.° Puente.

(2) Editor Francisque Michel (1836), *Collection des documents inedits de l'histoire de France*, pág. 250. Citado por Delair, *Histoire des fortifications*, pág. 391.

(3) Mariategui, *Historia de la arquitectura militar en la Edad media en España*, publicado en la revista *El arte en España*, tomo II. Este puente fué destruído por una avenida en el Tajo en 1203.

los mahometanos que por los cristianos, seguían usándose los puentes levadizos para facilitar el acceso á las obras del sitiado. En el sitio de Marash, en la primera Cruzada, el conde de Saint Gilles se sirvió de eleópolos con puentes levadizos análogos á los de los romanos, y más tarde ante Jerusalem (1099) volvieron á usarse estas máquinas, construídas bajo la dirección de Gastón de Bearin, habiendo penetrado los cruzados en la Ciudad Santa por tres puentes levadizos arrojados desde aquéllos (1).

**3.** El célebre monje é ingeniero Gondulfo es, al parecer, el inventor del puente levadizo de flechas, que aplicó en los numerosos castillos construídos por él en Inglaterra: la torre del homenaje del castillo de Rochester, edificada en 1080, tenía una entrada bastante elevada, á la que se llegaba por una escalera de piedra, interrumpida delante de la puerta por un puente levadizo de esta clase (2).

El establecimiento regular del régimen feudal elevó la fortificación á gran altura durante todo el siglo XII, y el uso de los puentes móviles se extendió muchísimo, estableciéndolos en la entrada de los castillos y para cortar la comunicación entre ellos y sus reductos.

Uno de los tipos de puentes que, como antes hemos dicho, se empleaba ya desde época muy remota, es el que representa la figura 1.ª: sobre unas vigas *G*, descansaban una porción de rodillos de madera á los que se superponían las vigas *C*, con tablas clavadas sobre ellas, que constituían así el tablero móvil; se le comunicaba el movimiento por un torno *E*, sobre el que se hacía actuar la potencia, trasmitiéndose el esfuerzo por cadenas que

---

(1) M. G., *Bellezas de la historia de las Cruzadas*, traducción de D. Francisco Pérez Anaya, pág. 69.

(2) El célebre Gondulfo murió en 1095. Antes de él no poseía Inglaterra sino fortificaciones insignificantes, en su mayoría de madera. *Gratry*, obra citada.

Según Promis, *Memorias históricas sobre el arte del ingeniero y artillero en Italia*, los puentes levadizos no se aplicaron á cerrar las puertas hasta el siglo XII, siendo el más antiguo uno de Cambrai, citado por Carpentier.

pasaban sobre las cuatro poleas *C'*, dos á cada lado del puente, y se sujetaban á anillos unidos á las vigas móviles: el torno estaba establecido en una cámara subterránea posterior al foso, y en cuyos muros laterales encontraban apoyo el eje de aquél y el de cada par de poleas; siendo el tablero mucho más ancho que el foso que estaba destinado á cubrir, la parte excedente servía de contrapeso y permitía además el paso sobre la cámara del mecanismo, cuando el puente se hallaba corrido al exterior; en obras italianas del siglo XV, todavía se seguía empleando este tipo de puentes (1).

El puente que daba entrada á la plaza de Carcassona (1120) estaba interrumpido delante de la misma puerta por un tablero que se podía quitar en caso de un sitio; no existía mecanismo alguno para esta maniobra, que se limitaba á retirarlo á brazo de su posición cuando era necesario; la comunicación podía restablecerse echando sobre el foso una sencilla pasadera, y á fin de hacer esta operación sin riesgo, se descendía desde lo alto de las torres un rastrillo que interceptaba por delante de aquélla el estrecho espacio que quedaba entre las dos torres flanqueantes (2).

---

(1) *Trattato di Archit. civ. é milit, di Francesco di Giorgio Martini, archit. senese del secolo XV*, publicado por Cesare Saluzzo, 1841.

(2) Es sensible que el estudio de la arquitectura militar de la Edad Media esté algo descuidado en nuestro país. Pocas son las obras que conocemos relativas á este asunto, y ninguna que trate la cuestión de un modo general. La titulada: *Castillos y tradiciones feudales*, publicada bajo la dirección de D. José Bisso, aunque por el título promete mucho, está reducida á una série de leyendas más ó menos interesantes, sin que aparezca la descripción de ninguno de los castillos á que hacen referencia. *La España artística y monumental*, publicada en francés y español por D. Patricio de la Escosura, tiene preciosos dibujos del aspecto exterior de algunos castillos; pero con una descripción ligerísima de los mismos, y algo análogo ocurre con la obra más moderna: *España y sus monumentos*, publicada por una conocida casa editorial de Barcelona; el trabajo más completo sobre estos asuntos es, quizás, el de Mariategui, que en otro lugar citamos, sin que dejen de tener interés las indicaciones que se consignan en el *Resúmen histórico del Cuerpo de Ingenieros*, de Varela y Lemia, á cuyo final se describen también sucintamente los castillos de Niebla y Sanlúcar; existen también algunas nonografías, como la descripción del castillo de Bellver, por Jovellanos; del Alcázar de Segovia, por Cruzado Villaamil, inserta en la revista *El Arte de España;* del Alcázar de Toledo,

Las poternas que permitían la salida de un castillo sin necesidad de recurrir á la puerta principal, estaban también interrumpidas muchas veces por puentes levadizos.

En este concepto, y por tratarse de uno de los más antiguos puentes de cadenas que se han empleado, indicaremos la disposición de los establecidos en la puerta de Laon, en *Concy Le Château*, construída á principios del siglo XIII, valiéndonos para ello de la reconstrucción de la misma, hecha por Viollet le Duc (figura 2.ª); el puente correspondiente á la entrada principal se maniobra por medio de cadenas unidas, no al tablero, sino á los vértices anteriores de un paralelógramo articulado; pasan por poleas establecidas en una habitación situada sobre el paso, y á partir de este punto se bifurcan, arrollándose uno de los ramales sobre el torno donde se ejerce el esfuerzo motor, al cual coadyuva el contrapeso suspendido al extremo del segundo ramal, después de haberlo pasado por otra polea más elevada que la primera; la poterna, inferior á la entrada dicha, comunica por un puente de báscula inclinado con una escalera practicada en la 1.ª pila del puente fijo; la comunicación sigue por arcos practicados en éstos, salvándose el hueco existente entre cada dos por nuevos puentes de báscula ó pasaderas portátiles.

En otros tipos de puente el tablero se prolongaba posteriormente al eje de giro y al extremo de esta prolongación se colocaban contrapesos; la maniobra se efectuaba también por medio de cadenas y desde lo alto de las torres de entrada; tal disposición es, como se verá, casi idéntica á la de los modernos puentes de báscula inferior, y de ella se encuentra un ejemplo en la puerta de Villeneuve sur Yonne, construida á principios del siglo XIV.

Los perfeccionamientos, cada vez mayores, del ataque hicieron que la operación de forzar las puertas para entrar en una plaza perdiera mucho de su importancia, y así á fines del si-

---

por Martin Arrué, y del Castillo de Burgos, por el Capitán de Artillería D. Eduardo Oliver Copóns; á todos ellos hemos acudido en busca de datos para nuestro objeto, y por la escasez de los que hemos encontrado nos vemos reducidos á citar ejemplos de plazas del extranjero, encontrados en gran número en las obras de Viollet le Duc, que son un verdadero arsenal de datos para todas las cuestiones relativas á la arquitectura.

glo XIII y principios del XIV, comenzaron á disminuir los obstáculos que antes se acumulaban en ellas; en compensación las obras exteriores, bastillas y barbacanas, así como los flanqueos, adquirieron mayor importancia; se establecían puentes levadizos, no ya solo para cerrar el paso á los castillos, sino también en los fosos de dichas obras avanzadas.

Por esta época también se generalizó más el empleo del puente de flechas, que como ha podido verse por lo antes dicho, á pesar de lo antiguo de su invención, no era el empleado con más frecuencia; su existencia se hace patente en las construcciones que de aquella época se conservan, por las ranuras existentes para el paso de las flechas, superiormente á las puertas; la figura 3.ª representa una de éstas, pudiéndose apreciar la existencia aparte de la salida principal de una pequeña poterna, cuyo puente levadizo era de una sola flecha central, y que tenía por objeto dar paso por la noche á una ronda ó á una persona sola, sin necesidad de abrir la puerta principal.

No se limitaba á las comunicaciones de un castillo ó plaza fuerte con el exterior el establecimiento de los puentes móviles; toda obra dependiente de otras de las que fuera conveniente aislarla en un momento dado, se unía á ellas por puentes levadizos; tal ocurría con las *torres albarranas* que á principio del siglo XVI se establecieron separadas del recinto, tanto para constituir con ellas núcleos de resistencia, como para descubrir más campo y flanquear más eficazmente los fosos; tal era también la forma adoptada para poder pasar del interior del castillo á su torre del homenaje, último reducto de la defensa; un puente levadizo, generalmente de una sola flecha, se establecía á la entrada de la poterna, por la de aquél se pasaba á la segunda; en el castillo de Pierrefonds existe una poterna que se abre sobre un patio distinto del principal, destinada á avituallar la expresada torre; á su desembocadura se llega por medio de un plano inclinado, y el puente de flechas establecido al final del mismo, presenta la particularidad de estar en pendiente su tablero y en dirección no paralela á las flechas.

En la torre del homenaje de Concy, la disposición del puente móvil es tan ingeniosa y tan bién estudiada, que creemos mere-

ce nos detengamos en su descripción; toda la disposición empleada tiene por objeto permitir, por una parte, que en los últimos momentos de la defensa tengan los defensores una entrada fácil cuando les sea necesario refugiarse en su último reducto, y por otra, que una vez encerrados en él, puedan escapar sin que el sitiador note su fuga, ó efectuar salidas ofensivas; al efecto se puede entrar en dicha torre pasando el puente móvil, y una vez levantado éste, descender cuando sea necesario al foso, desde el cual, por una poterna, se llega al camino de ronda del castillo, y desde éste, por una escalera y otra poterna, se puede salir al exterior de la plaza.

La fig.ª 4.ª representa el conjunto de las disposiciones adoptadas; el puente levadizo era de báscula inferior, giratorio alrededor del eje proyectado en o; la parte inmediata á él del puente fijo, se desmontaba con facilidad suma si los sitiados querían encerrarse de un modo absoluto en su refugio; bastaba para ello quitar las clavijas que sujetaban unos tacos de madera *t*, en los cuales y en entalladura *d* del muro de escarpa apoyaban los tres piés inclinados de un caballete *c*, lo cual permitía retirar fácilmente éstos y los largueros de la parte fija.

La maniobra del tablero móvil tenía lugar por cadenas arrolladas á un torno establecido en una habitación situada sobre la bóveda del paso, en el cual se arrollaban también en sentido contrario de las primeras las cadenas de suspensión de un peine posterior é inmediato á la entrada, de tal modo, que al bajar el puente se elevaba el peine y quedaba expedito el paso; al estar el tablero horizontal se apoyaba por un pié derecho *e* en otra entalladura de la escarpa *f*.

Examinando el tablero representado en *A*, se nota que una parte de él estaba dispuesta en forma de escala que podía girar alredor del eje o, quitando el pasador de hierro establecido en su extremidad anterior: á esta extremidad se hallaba suspendido otro trozo de escala que se ve en *g* en la posición horizontal: estando el tablero levantado se desprendía la clavija, y la parte móvil quedaba en la posición marcada de puntos en el perfil, adoptando la *g'*, la escala *g*; por ambas se podía descender al fondo del pozo, detrás de la pequeña obra de mampostería *h*, y desde

ella dirigirse á la poterna que daba comunicación con el exterior.

La proyección horizontal *B* del entramado del puente permite ver por los largueros laterales extremos *K* de la parte fija, se prolongan hasta la escarpa, descansando sobre los *j* (véase el perfil); entre ellos y los de la parte móvil queda un hueco mucho mayor en un lado, que es por donde era más probable se presentara el sitiador en el fondo del foso: el citado hueco servía de matacán, y sobre el larguero *K* y el pasamanos *q* (perfil), se establecía un mantelente provisto de aspilleras; en este mismo lado existía un muro de piedra normal á la escarpa, que protegía la parte baja del foso y á los defensores que descendieran por las escalas.

Se vé que está todo combinado en este puente con una previsión verdaderamente notable, revelando el conjunto de las disposiciones adoptadas un ingenio poco común.

**4.** Aun cuando en el siglo XIV fuera ya conocida la pólvora, no estando su empleo bastante generalizado en los sitios, podía usarse, según hemos dicho, el puente de flechas sin inconveniente alguno; pero ya en el siglo XV la artillería jugaba un papel importante en los sitios y se reconoció el defecto de aquella disposición, que presentaba al exterior y expuestos á los fuegos las partes esenciales de su mecanismo, se generalizó entonces más el puente de báscula inferior, que ya antes se había aplicado, como hemos visto. En las provincias de las orillas del Rhin se empleaba con mucha frecuencia una disposición que modernamente ha vuelto á ser adoptada en esencia (fig.ª 5.ª): dos largueros *A B* ligados por travesaños y cruces de San Andrés, y cubiertos con tablas, formaban el tablero móvil; el eje de giro se hallaba situado en el borde del trasdós horizontal *P C* de una bóveda que cubría la cámara destinada á contener los mecanismos de maniobra, y las prolongaciones de los largueros más allá del eje de giro, llevaban los contrapesos en su extremo y se alojaban en ranuras laterales abiertas en la bóveda, quedando en su consecuencia el tablero de nivel con el trasdós de la misma en la posición horizontal: para interrumpir el paso se dejaba bascular el

puente del lado del foso, en virtud de la preponderancia del peso del tablero móvil, descorriendo antes por medio de las palancas *G F* las viguetas *E E* que sostenían el tablero, apoyándose en un rebajo de la contraescarpa: para restablecer la comunicación se actuaba sobre el torno *M*, y luego subiendo por la escalera *H* se empujaban hacia adelante las palancas *G F*, que provocaban el movimiento de las vigentes *E E*. Esta disposición sencilla é ingeniosa, es á no dudar, la mejor concebida de todas las empleadas para los primitivos puentes móviles, y con los adelantos que en la construcción se han operado, ha podido ser modificada hasta construir uno de los tipos modernos más convenientes; puede sin embargo achacársele el defecto de producir accidentes peligrosos en caso de un descuido en la maniobra y de hacer cargar todos los pesos permanentes ó accidentales sobre las viguetas *E E*.

Otros puentes basculaban levantándose, y su disposición ha llegado hasta época moderna con pocas variantes: al ocuparnos en otro lugar de este sistema, indicaremos sus inconvenientes, entre los cuales es uno de los más notables la necesidad de establecer una cavidad posterior al eje del giro para alojamiento de la parte posterior del tablero, debilitando así el muro de escarpa.

Los dos defectos citados fueron causa de que prevaleciera en general el puente de flechas; más adelante se establecieron también otras disposiciones que sucintamente indicaremos, copiando los párrafos de una obra del siglo XXII, sobre fortificación, en que se hallan descritos (1):

«También se hacen puentes sobre travesaños y pilotes de »madera, con solo las planchas ó cuartos hechos de plancha, que »se quitan de noche y se vuelven á encajar de día» (2).

«En algunas partes usan hacer por la parte interior una gran »concavidad cuadrada que se cubre con dos medios de puertas »que se cierran de golpe, las cuales sirven de puente; cerrándo»las de noche cada pieza queda á su lado, y bajándolas de día »se juntan sobre uno ó dos pilares puestos en medio».

A fin de evitar los inconvenientes de las flechas se ideó colo-

---

(1) *Epítome de fortificación moderna*, por el Teniente de Maestre de campo general D. Alfonso de Zepeda y Adrada; Bruselas, 1669, pág. 146.

(2) Es como se vé la disposición atribuída á Semíramis.

carlas al interior del paso, naciendo así los puentes de flechas interiores; también se equilibró el tablero por medio de una báscula superior é interior giratoria alrededor de un eje horizontal, que formaba una segunda puerta cuando el puente estaba levantado; las cadenas de enganche pasaban sobre dos poleas y venían á fijarse en las extremidades de la báscula. Más modernamente se adoptó en gran número de plazas de Alemania el puente de flechas en zig-zag, que en otro lugar describiremos.

**5.** Todos estos sistemas reposaban sobre principios análogos y eran más ó menos semejantes: Belidor fué el primero en abrir nuevos caminos con su puente de sinusoide (1), que alcanzó éxito grande á pesar de sus numerosos inconvenientes.

Después de él, diferentes ingenieros, franceses y belgas principalmente, idearon numerosas disposiciones de puentes llamados de cadenas, apareciendo así los sistemas Delile, Bergère (2), Derché, Poncelet, Bealieu, Devèze, etc., etc., alguno de los cuales han recibido aplicaciones numerosas por el ingenio con que estaban concebidos: se han vuelto ha emplear también las disposiciones antiguas, prevaleciendo los sistemas de báscula inferior; en otro orden de ideas se ha recurrido asímismo á los corredizos y aún á los giratorios, si bien estos últimos se hayan usado con menos frecuencia que los otros dos tipos.

Los procedimientos de cálculo de los puentes de cadenas, que á no dudar han sido en muchos casos causa de las imperfecciones que en ellos han podido notarse, se han simplificado mucho sin perder su exactitud, sino por el contrario, ganando considerablemente bajo este punto de vista.

En resúmen, podemos repetir, para terminar, las siguientes palabras del Mayor Gratry en su obra citada: «.... los puentes »móviles destinados á las obras de defensa no escasean; pero co»mo ninguno de ellos está exento de imperfecciones, y no podría »prestar en todos los casos los mismos servicios, al ingeniero co»rresponde adoptar en cada caso la disposición más ventajosa.

(1) Belidor, *La science des ingenieurs*, pág. 364.

(2) Estos dos puentes, derivados del de Belidor, no implican en realidad la existencia de cadenas.

»Nada es absoluto en este concepto: el tiempo, el gasto, las loca-
»lidades, los recursos de que se dispone, son otros tantos elemen-
»tos que deben influir sobre la elección de mecanismo. Es, pues,
»importante estudiarlos todos, sin ideas preconcebidas y hacer
»resaltar sus ventajas y sus defectos, á fin de estar en disposición
»de aplicar con discernimiento los que puedan prestar mejores
»servicios en las circunstancias dadas.

# PUENTES LEVADIZOS

## CAPÍTULO 1.°

Descripción general.—Partes de que se compone un puente levadizo.—Condiciones generales de los mismos.—Tablero.—Principales dimensiones.—Poleas y cadenas.—Ruedas de maniobra.—Guardalados.—Clasificación de los puentes según la naturaleza de su mecanismo.

**1. Descripción general.**—Para poder establecer ó interrumpir á voluntad las comunicaciones á través de un curso de agua ó de un foso, se emplean los puentes levadizos en los que el tablero es giratorio alrededor de un eje horizontal. En sus aplicaciones á la fortificación, estos puentes se establecen en general en las entradas de las plazas, fuertes ú otras obras defensivas cualesquiera, constituyendo para ellas elementos de fuerza protectora; se apoyan en el muro de escarpa y en el de contraescarpa, ó bien en aquél y en la pila más próxima á la plaza, del último tramo de un puente fijo, que establece la comunicación á través del foso, cuando éste es de una anchura superior á la que la posibilidad de establecimiento de un puente móvil exije (1). En general el eje de giro se halla establecido en el muro de escarpa, y la maniobra se efectúa desde el interior de la plaza; pero pueden existir condiciones militares tales que impongan el que la maniobra se efectúe indistintamente desde los dos lados del paso interrumpible: esto puede conseguirse bien por medio de

(1) En la disposición de la entrada de los fuertes modernos de foso seco, el puente móvil sirve para salvar no el general de la obra, si no un refosete establecido en la poterna de entrada, cuyo suelo está al nivel del foso general.

disposiciones que permitían hacer el tablero del puente solidario con cada uno de los ejes de giro establecidos en ambas orillas, ó bien por medio de puentes dobles cada una de cuyas m itades se maniobra desde un lado. En estas condiciones es muy frecuente que la parte móvil se encuentre establecida en el medio de la longitud del puente fijo y no adosada al muro de escarpa.

En la disposición más general, el tablero, al quedar vertical, cierra la puerta practicada en la escarpa, apoyándose contra un batiente convenientemente establecido en ella.

**2. Partes de que se compone un puente levadizo.—Condiciones generales de los mismos.**—En todo puente levadizo hay que distinguir dos partes: el tablero ó puente propiamente tal, y el mecanismo destinado á producir el equilibrio en todas las posiciones del mismo, para facilitar su maniobra. La primera parte, siendo común á todos los tipos de puentes, la estudiaremos en este capítulo independientemente de la segunda, reservando para los siguientes el examen de las diferentes disposiciones propuestas, á fin de conseguir el objeto indicado.

En general, los puentes levadizos están sujetos á llenar ciertas condiciones militares y de construcción que á continuación exponemos:

1.ª Deben estar construídos con materiales susceptibles de conservarse largo tiempo, sin alteraciones que puedan influir tanto en la solidez del paso, como en la conservación del equilibrio del sistema.

2.ª La maniobra debe ser fácil y segura, ó lo que es lo mismo, requerir pocos hombres para poner en movimiento el puente y no exponer á éstos á peligros de ninguna clase. Esta condición exige que se halle equilibrado en todas las posiciones prescindiendo de las resistencias pasivas que, no entrando en cuenta en los cálculos, son las únicas que deben vencerse.

3.ª El mecanismo destinado á asegurar el equilibrio debe presentar la mayor sencillez posible á fin de no exigir obreros hábiles, de que no siempre se podrá disponer, ni para su establecimiento, ni para su maniobra, ni para su reparación en caso de deterioro; se atiende á ésto haciendo que las piezas de que se

componga sean fácilmente reparables, condición que alcanza su mayor importancia en tiempo de guerra, ya que los medios de renovación de que entonces se disponga serán excasos.

4.ª Las partes que constituyen el mecanismo deben ocu par poco espacio en longitud, para no embarazar el paso ni las comunicaciones que á él afluyan; en altura, para no estar expuestas á los fuegos enemigos si se hallan al exterior, ni obligar á bóvedas muy elevadas si están en el interior, y en profundidad, por bajo del terreno natural, para evitar la existencia de cavidades que puedan constituir un peligro al tránsito y una falta de seguridad á la plaza, si están muy próximas á la escarpa, así como ser difíciles de desecar, sobre todo en los terrenos bajos y húmedos.

**3. Detalles de construcción.—Tablero.**—En todos los puentes levadizos la constitución del tablero es semejante, difiriendo únicamente por la naturaleza de los materiales empleados que pueden ser la madera, el hierro ó ambos á la vez.

El entramado debe ser lo más ligero posible á fin de facilitar su equilibrio, al propio tiempo que lo bastante resistente para soportar las cargas que por él han de transitar. Se le constituye en general por medio de cinco ó seis largueros, que pueden ser vigas de madera ó hierros laminados I, reunidos en la extremidad correspondiente al eje de giro por una pieza llamada *talón*.

El talón cuando se trata de puentes de madera, lo forma una viga á la que se unen los largueros á tope, con el fin de no debilitarla, reforzando la unión con herrajes convenientemente dispuestos. Más ventajosa es la disposición consistente en encepar los largueros por dos piezas de madera ligadas entre sí por medio de bridas (fig. 6.ª), que á la vez sujetan en su posición al eje de giro.

El eje de giro debe corresponder en cuanto sea posible, á la arista posterior y superior del talón, y en general es una pieza de hierro de sección cuadrada que se aloja en una entalladura practicada en el mismo, y cuyas extremidades redondeadas constituyen los muñones, acodándose algunas veces á fin de que, cuando el tablero esté levantado, su centro de gravedad quede bastante

separado del plano vertical que pasa por el eje de aquéllos y se facilite así la operación de bajar el puente. La pieza de talón descansa, cuando el tablero está horizontal, sobre consolas de piedra ó hierro unidas al muro de escarpa, ó bien sobre este mismo muro, á fin de que nunca tengan que sufrir los muñones el peso de las cargas accidentales que por el puente transiten, y que en caso de producirse su ruptura quede el tablero apoyado sobre ellas.

La fig. 7.ª representa la disposición que se da á las piezas de muñones en otros casos (1) van unidas por pernos á los extremos del talón, que lo constituye una viga de madera á la que se ensamblan los largueros.

En los puentes de hierro el talón se encuentra formado por una pieza de sección cuadrada que atraviesa los largueros á la mitad de la altura de su alma, convenientemente reforzada en el punto de paso, constituyendo los muñones las extremidades redondeadas de aquella. Esta pieza se dispone, generalmente, apoyada en coginetes intermedios, evitándose así su flexión.

Los muñones, de la forma que indica la fig. 8.ª, deben tener las dimensiones necesarias para resistir á los esfuerzos que han de soportar, sin aumentar demasiado su diámetro para disminuir en lo posiblo las resistencias pasivas (2).

Las muñoneras (fig. 9.ª) tienen las disposiciones adoptadas ge-

---

(1) Esta disposición ha sido adoptada en un puente del fuerte Benjemma (Malta).

(2) Para calcular estas dimensiones pueden usarse las siguientes fórmulas que suponen el empleo de coginetes de bronce.

$$\text{Muñones de } \begin{cases} \text{hierro} \\ \text{fundición} \\ \text{acero} \end{cases} \quad d = \begin{cases} \frac{9}{8}\sqrt{n} \\ 1{,}6\sqrt{n} \\ 1{,}00\sqrt{n} \end{cases} \qquad l = \begin{cases} 1{,}5d \\ 1{,}5d \\ 1{,}94d \end{cases} \qquad e = 3 + 0{,}07d$$

en las que $n$ representa la presión normal máxima en kilógramos que obra sobre los muñones; $d$, $l$ y $e$ las dimensiones en milímetros acotadas sobre la figura.

Pueden servir también para calcular los pernos á que se sujetan las cadenas de suspensión, así como los muñones de las poleas. Están tomadas de la 3.ª edición (1890) de *Le Constructeur*, de Reuleaux.

El valor $n$ para los muñones del eje de giro, se encontrará componien-

neralmente en los árboles de las máquinas y deben establecerse de modo tal, que puedan ser fácilmente descubiertas, así como corregidas en su posición cuando esta venga á alterarse en el transcurso del tiempo; tal precaución es indispensable cuando el talón está constituido por una barra de hierro apoyada en coginetes intermedios, cuya posición debe establecerse, de modo que sus centros se encuentren en linea recta. Los citados coginetes intermedios (fig. 31) son de sección semicircular en la parte de apoyo del eje de giro, y carecen, en general, de las cubiertas que llevan las muñoneras extremas.

Los coginetes se harán, en general, de bronce, metal blanco ó plomo endurecido, (1) cuyo coeficiente de rozamiento con el hierro no es muy grande, y que pueden soportar presiones considerables: los coginetes de madera dura, como el guayaco, propuestos por el general Poncelet, pueden sufrir una presión más elevada que el bronce, pero es cuando se hallan sumergidos ó se les mantiene continuamente mojados; la disminución que producen en el rozamiento no es muy grande.

En cambio, creemos que proporcionaría grandes ventajas por la disminución considerable á que darían lugar en las resistencias pasivas los coginetes de rodillos ó bolas que sustituyen el rozamiento, resbalando por el de rodadura, y que han sido empleados con éxito en muchas ocasiones; su uso debería extenderse á los coginetes de las poleas de cambio, de que más adelante nos ocuparemos (2).

En la extremidad anterior, los largueros, cuando se trata de

---

do el peso del tablero con la tensión de las cadenas ó barras de suspensión para los pernos de unión de aquellas al tablero será igual á la tensión de las cadenas ó barras, que es un máximo para la posición horizontal del mismo, y en las poleas dicho valor será el de la resultante de las tensiones de los dos ramales de cadena que pasen por ella.

(1) Bronce de coginetes=82 de cobre por 18 de estaño.

Metal blanco { 3 cobre, 90 estaño, 7 antimonio
5 id., 85 id., 10 id.

Plomo endurecido=84 plomo, 16 antimonio.

(2) Por no apartarnos de nuestro principal objeto, no creemos oportuno detenernos aquí en la descripción de coginetes de esta clase; pero el lector que desee conocer algunas de las disposiciones empleadas, puede

un puente de madera, van unidos á tope á una pieza llamada *cabezal* que descansa en una ranura practicada en el muro de contraescarpa ó sobre la pila que soporta el tramo del puente fijo anterior al levadizo. Otras veces el cabezal está constituido por dos piezas de madera que encepan los largueros del puente, pero lo más general es unir las extremidades de los mismos por una barra aplanada de hierro (figuras 6.ª y 10.ª) provista de dos talones que se apoyan contra la cara exterior de los largueros extremos, terminándose en piezas cónicas ó husillos, á los que se unen las cadenas de suspensión. Cuando no existe la barra de hierro expresada, las piezas de unión de las cadenas al tablero se aseguran por medio de bridas al cabezal ó á los largueros extremos, (fig. 11.ª). Otras veces es necesario para facilitar el equilibrio, elevar el punto de enganche de las expresadas cadenas, y en este caso se sujetan á la última porción del guardalados, que con tal objeto se deja fija (fig. 76).

En los puentes de hierro, el cabezal lo constituye una plancha vertical unida á las cabezas de los largueros por medio de escuadras ó un hierro en *U* convenientemente establecido. Las cadenas se unen sólidamente á piezas roblonadas al cabezal, que bien sobresalen del paramento de los largueros exteriores ó bien presentan los puntos de enganche en los ángulos extremos del tablero.

El piso del puente puede constituirse (fig. 12.ª) por una doble capa de tablas cruzadas de unos $0^m,05$ (1) de grueso, ó por una sola

---

revisar los periódicos que á continuación citamos, en los que encontrará multitud de datos sobre ellas.

*Revue industrielle*, 1891, pág. 121, Coginetes sistema Bongoin.

*Id.* 1892, pág. 256, Coginetes de bolas.

*Revue industrielle*, 1896, pág. 135, Muñoneras de rodillos para máquinas de fabricar papel.

*Revue industrielle*, 6 Marzo 1897, Muñoneras de Rodillos.

*Genie civil*, Tomo XXIV, pág. 242, Coginetes ingleses de bolas y rodillos.

En las listas de privilegios de invención que publica la *Revue industrielle*, pueden verse indicados varios, concernientes á muñones de esta clase.

(1) Las dimensiones asignadas para el piso del puente, lo son, en el supuesto de una separación de largueros, media entre $0^m,70$ á $0^m,80$.

de tablones de $0^m,08$ á $0^m,10$, unidos á los largueros por medio de pernos ó tornillos; para evitar el deterioro producido por el tránsito, conviene fijar normalmente al eje del paso, cintas de hierro de pocos milímetros de grueso y algunos centímetros de ancho, estableciendo en los bordes del cabezal y del talón otras de mayores dimensiones para resguardar los mismos.

No obstante estas precauciones, los pisos de madera exigen un entretenimiento contínuo por su rápido deterioro á causa de las influencias atmosféricas, que producen además alteraciones en el equilibrio del sistema. El doble piso de tablas atenúa este inconveniente, por cuanto limita las reparaciones á la de la capa más superficial, pero sería aun mejor emplear planchas de hierro de $0^m,011$ á $0^m,012$ de grueso, estriadas ó estampadas con resaltos, á fin de prevenir los accidentes que pudieran ocurrir en el tránsito en tiempo de heladas, como se ha hecho en algunos puentes de Alemania.

**4. Principales dimensiones de un puente levadizo.**— La luz de esta clase de puentes viene determinada por condiciones dependientes de la fortificación, así como también por la de no tener un tablero demasiado pesado y difícil de equilibrar; las luces más frecuentes están comprendidas entre $3^m,5$ y $4^m,5$, siendo excepcionales los puentes de mayor dimensión; la anchura depende del tránsito que por el mismo se verifique, no debiendo ser menor de $2^m,50$ cuando hayan de servir para el paso de carruajes, y siendo la más conveniente en tal caso de $3^m,50$ á $4^m$.

Los largueros se calculan teniendo en cuenta las mayores cargas que hayan de soportar, así como el peso propio del tablero; tales cargas dependerán del armamento del fuerte ó plaza, puesto que por el puente han de circular las piezas destinadas al mismo.

En general, se considera la carga correspondiente á personas aglomeradas igual 450 kilógramos por $m^2$, y se admite que los carruajes más pesados de la artillería de sitio, pesan 5.000 á 5.500 kilógramos, y como no se puede excluir el caso de que se transporten los cañones sobre sus cureñas, se debe considerar una carga de 2500 kilógramos sobre cada una de las ruedas, ac-

tuando en mitad de la longitud de un larguero (1) Aún cuando este modo de trasporte no se verificará, sino en circunstancias excepcionales, hay que notar que, por lo mismo, no se tendrá tiempo ni oportunidad para reforzar el puente.

**5. Poleas y cadenas.**—En un gran número de puentes levadizos, el tablero está unido al aparato destinado á equilibrarlo por medio de cadenas que, pasando por poleas situadas en la parte superior del paso, están enlazadas con aquél de un modo variable, dependiente del sistema escogido. Según hemos de ver más adelante, las condiciones de equilibrio se simplifican notablemente cuando el punto de contacto de las cadenas con las poleas se halla sobre el plano vertical que pasa por el eje de giro del tablero, pero esto exige colocarlas de tal modo, que queden empotradas en las jambas de la puerta, lo cual origina dificultades para las reparaciones y engrases de los coginetes; además, la disposición del aparato de equilibrio obliga, por lo general, á colocar una segunda polea que se halle en el mismo plano vertical que la primera, lo que aparte de aumentar las resistencias pasivas, dificulta el establecimiento del puente por la necesidad de realizar la condición citada. De aquí, que sea conveniente recurrir á la colocación de una sola polea cuando el equilibrio del sistema lo permita, y ésta, en tal caso, se situará en el interior de la bóveda del paso, retirada lo suficiente de la puerta para poder establecer el aparato de equilibrio y efectuar la maniobra con comodidad.

La altura á que dichas poleas deben situarse, convendría que fuera grande, así como pequeña la distancia del punto de unión de las cadenas con el tablero al eje de giro, á fin de aproximar su dirección á la de la normal al puente, con lo que el esfuerzo

(1) El peso de los cañones de plaza de 15 centímetros reglamentarios en España, es de 3.000 kilógramos y el de la cureña de sitio del mismo, proyecto del comandante Milán, de 2.500 kilógramos. *La Llave.—Estudio sobre nuestra artillería de plaza.* El transporte de piezas más pesadas, como las de costas, no se efectuará sobre los puentes levadizos, ya que las baterías que llevan aquéllas se artillarán en general antes de terminar la obra y en ningún caso es de suponer un artillado y, por consecuencia un transporte imprevisto de piezas de este género.

motor se ejercería en mejores condiciones. Pero esta altura viene limitada por la condición de que no queden muy visibles las cadenas al exterior, y expuestas, por consiguiente, á los fuegos enemigos; generalmente se acostumbra, cuando se coloca una polea, á situarla de modo tal que, estando el puente levantado, la tangente horizontal á ella pase por el punto de amarre de las cadenas al tablero, con lo que también se evita el que en estas condiciones quede ninguna porción de estás últimas al descubierto: cuando existen una polea exterior dispuesta como se ha dicho y otra interior, es necesario, como luego veremos, situar aquella algo más alta de lo que se acaba de indicar.

El diámetro de las poleas conviene que sea el mayor posible para disminuir las resistencias pasivas; pero muchas veces en el mismo eje de las poleas, sobre las que se arrollan las cadenas de suspensión, vá montada otra sobre cuyo contorno actúa la potencia por medio de una cadena sin fin; constitúyese así un verdadero torno y por consiguiente convendrá disminuir el radio de la primera y aumentar el de la segunda. Para que la rigidez de las cadenas no oponga un obstáculo excesivo á su arrollamiento, el radio de la polea menor debe ser igual, por lo menos, á 10 ó 12 $d$, siendo $d$ el diámetro en milímetros de los eslabones.

La garganta de las poleas, á fin de evitar sacudidas y desórdenes durante el movimiento, debe tener la forma que indican las figuras 13 y 14, reuniendo condiciones más ventajosas la disposición marcada en la segunda de ellas, por estar sometidos á esfuerzos de flexión mucho menores los eslabones; algunas veces, para evitar el patinamiento que se producía en los últimos momentos de la maniobra, según veremos con detalle al estudiar las resistencias pasivas, se han establecido en la garganta de las poleas pequeñas espigas distanciadas, de modo que enganchen sucesivamente en ellas los eslabones que quedan horizontales. Estas poleas se hacen generalmente de fundición y de una sola pieza; sus ejes deben ser exactamente perpendiculares á los planos medios de las mismas y se tornearán juntas á fin de que teniendo el mismo eje de rotación, sea constante el brazo de palanca de la resistencia; deben disponerse de modo que sean fácilmente desmontables las poleas y sus apoyos, para poder variar

su posición si necesario fuera; por esta razón si han de quedar colocadas en el interior de ranuras abiertas en las jambas de la puerta se las dará el ancho interior necesario para que pueda realizarse el antes expresado objeto.

Todos los puentes levadizos son simétricos con respecto á su eje longitudinal; es decir, que existen dos mecanismos equilibradores á un lado y otro de él; en los de cadenas pueden hacerse estos mecanismos solidarios con solo que las poleas superiores tengan un eje común de dirección perpendicular al del paso, como es consiguiente; pero este eje produce un aumento de peso en el mecanismo y por tanto de rozamiento en los muñones de las poleas; en este caso convendrá que las dos poleas estén sujetas perpendicularmente á dicho eje y esté apoyado sólo en dos muñoneras extremas, pues si se quisieran dos de ellas por polea resultaría muy difícil conseguir que las cuatro porciones cilíndricas tuvieran un eje común de rotación; lo mejor es suprimir este eje, aun cuando con ello se tropiece en el inconveniente de que la ruptura de una de las cadenas del tablero, dé origen á que las de maniobra sean arrastradas con violencia y ocasionen accidentes; en cuanto á temer, como veremos sucede en los puentes de contrapesos que ruedan sobre curvas, que el tablero se alabee por producir la falta de solidaridad de los mecanismos de ambos lados esfuerzos diferentes, no hay lugar á ello, pues no es posible que una acción tan pequeña como la que pueda resultar de la diferencia de esfuerzos que ejerzan sobre las cadenas de maniobra los hombres encargados de ella pueda alterar sensiblemente un conjunto tan sólido y bien enlazado como el tablero de un puente levadizo.

Las cadenas pueden ser las ordinarias que se encuentran en el comercio. siendo mejores las de eslabones recogidos ó inglesas y las de eslabones afianzados; por su mayor resistencia, será preferible emplear las de construcción cuidadosa que se usan para las grúas y aparatos destinados á elevar pesos, fabricadas con esmero y conocidas por *cadenas calibradas*; éstas, cuando proceden de buenas fábricas tienen la ventaja de haber sido sometidas antes de su entrega á cargas de prueba algo inferiores al límite de elasticidad; se calcularán sus dimensiones con arreglo á

los esfuerzos que hayan de soportar, aumentando algo los resultados ó disminuyendo el coeficiente de trabajo para mayor seguridad (1).

El empleo de cadenas Galle ó Neustadt, aunque permite reducir el radio de la polea interior y aumentar, por consiguiente, la relación entre el brazo de palanca de las cadenas de maniobra y las de suspensión, no es recomendable por el aumento que aquella circustancia originaría en los rozamientos de los muñones de las poleas y el que se produciría también por la organización de tales cadenas, que á estos defectos añaden el de ser más delicadas y difíciles de reparar que las antes expuestas, pues se oxidan facilmente, con lo que pierden flexibilidad, y los pernos se gastan rápidamente y acaban por romperse sin dar casi lugar á apercibirse de ello.

En cuanto á los cables metálicos no es posible usarlos, porque sería necesario dar un radio considerable á los tambores en que se arrollaran.

**6. Ruedas de maniobra.**—Estas son poleas de gran diámetro, montadas, según se ha dicho, sobre el mismo eje que las de cambio de dirección de las cadenas, y sobre cuyo contorno se adaptan otras sin fin, llamadas de maniobra; algunas veces se han construido de madera, pero más generalmente se hacen de fundición como las poleas y con gargantas iguales á las descritas. Cuando la maniobra se realiza por hombres poco experimentados que actúan á sacudidas, se corre el peligro de que las cadenas se desprendan de la garganta de estas ruedas; para evitarlo, se ha hecho algunas veces que arrollen sobre otras ruedas inferiores, cuyo movimiento se determina por una manivela ó una rueda de brazos; puede hacerse también que se arrollen sobre las

(1) En Alemania se consideran como admisibles los resultados dados por las fórmulas $P=10\ d^2$ para las cadenas ordinarias y $P=15\ d^2$ para las reforzadas, siendo $d$ el diámetro en milímetros de la varilla que forma los eslabones y $P$ la carga en kilógramos que la cadena puede soportar; esto supone un esfuerzo de tensión por milímetro cuadrado de 6,36 kilógramos para las primeras y 9, 54 para las segundas. El peso $p$ en kilógramos por medio lineal de cadena es $0{,}0226\ d^2$ para las ordinarias y 0,0235 para las reforzadas. (*Reuleaux*, obra citada).

gargantas de poleas de fundición, de peso suficiente para mantenerlas tirantes, dispuestas en la parte inferior y unidas por su armadura á un soporte fijo empotrado en la mampostería: el mismo objeto se logra haciéndolos pasar por anillas laterales sujetas á los muros del paso; la fig. 15 representa en proyección horizontal la disposición adoptada en una rueda de maniobra de madera, accionada por una cuerda sin fin en vez de una cadena.

**7. Guardalados.**—Los guardalados en uso en los puentes levadizos deben reunir, á la condición de proporcionar seguridad para el tránsito, las de no comprometer en nada la de la plaza y ser de una maniobra sencilla y rápida.

Según esto, deben desecharse los establecidos independientemente del puente sujetos á la puerta y al lado opuesto, de modo tal, que puedan retirarse en tiempo de guerra ó cuando otras circunstancias así lo exijan. Tal disposición tiene el inconveniente de necesitar obreros especiales para desmontarlos, y de que esto, efectuándose solamente cuando corre peligro la plaza, deja desprovisto de guardalados al puente en dichas épocas, mientras que si se retardara el efectuarlo, hasta el último momento podría favorecer una sorpresa del enemigo.

El empleo de simples listones de madera apoyados en ambas orillas, aparte de que prestan seguridad bastante para la circulación, exije una maniobra previa para levantar el puente, que retarda esta operación y que puede ser olvidada por el encargado de ella. A fin de evitar estos inconvenientes, el General Poncelet propuso varillas cilíndricas de hierro, que pasando por orificios practicados en las jambas de la puerta, apoyasen su otra extremidad en un alojamiento del mismo diámetro, dispuesto en los guardalados del puente fijo, ó en apoyos de sillería, cuando aquél no existe. Estas varillas, estando situadas hacia el interior de las cadenas de suspensión impiden levantar el puente sin retirarlas antes: presentan, sin embargo, el inconveniente de que si son de bastante longitud, están expuestas á flexarse y la operación de retirarlas se hace con dificultad, aun cuando para disminuir ésta se dispongan en las jambas de la puerta, rodillos sobre los que puedan resbalar.

Otro sistema consiste en disponer los guardalados de tal modo que pueden girar alrededor de un eje longitudinal, abatiéndose sobre el tablero; esta maniobra puede ser independiente de la del puente ó bien combinarse con ella de modo que tenga lugar automáticamente en virtud de dicha maniobra. En este concepto los estudiaremos más adelante con mayor detalle.

En algunas plazas alemanas se han establecido guardalados divididos á la mitad de su longitud en dos partes unidas por cerrojos y que se repliegan, una hacia la puerta, y la otra hacia el puente fijo anterior al levadizo, girando alrededor de ejes verticales situados en el muro de escarpa y en dicho puente fijo. El movimiento se facilita mediante ruedecillas fijas á aquellos y que resbalan sobre carriles establecidos en el tablero; además, para simplificar la maniobra, se ha hecho de modo que el movimiento de los guardalados desprenda los cerrojos que sujetan el puente móvil al fijo, para lo cual (fig.ª 16) éstos son giratorios alrededor de un perno vertical y aquéllos llevan una horquilla *h* que los arrastra en dicho movimiento. Este sistema está bastante bien entendido y no presenta otro defecto que el de exigir una maniobra preliminar para la elevación del puente.

Para evitarse tal maniobra se han ideado varias disposiciones de guardalados en los que su maniobra es automática y producida por el movimiento del tablero; el más sencillo consiste en una barra de hierro giratoria en un plano vertical alrededor de un eje establecido en la escarpa y apoyada simplemente por su otra extremidad. Una pequeña horquilla unida al plano del tablero la levanta al elevarse el mismo, y la sostiene durante el descenso hasta dejarla en su posición horizontal. Esta disposición presenta el inconveniente de no garantizar bastante la seguridad de la circulación y el de que, en caso de producirse rozamientos algo considerables por una causa cualquiera en el eje de giro de las barras, el descenso no se verificaría automáticamente, por la pequeñez del brazo de palanca conque actúa el peso de ellas, cuando se encuentran en posición vertical.

Esto se evita uniendo las extremidades de las barras citadas á las cadenas de suspensión; asi modificado puede emplearse el sistema expuesto en los puentes pequeños ó en aquellos donde la

circulación no sea muy activa, para los que el inconveniente de la poca seguridad no es tan sensible. También se ha ideado con el mismo objeto la disposición que representa la (fig.ª 17), en la que el eje de giro *O*, vá situado á la extremidad de unas consolas de hierro *C*, y el tablero se une á los guardalados por la doble varilla *A*, que hace solidarios los movimientos de entrambos; la inspección de la figura basta para comprender el modo de funcionar de este sistema, que más complicado que el anterior, no presenta ventaja notable sobre él.

Los guardalados empleados en la plaza de Strasburgo están formados por tres montantes verticales y dos barras horizontales fijas á la parte superior y á la mitad de la altura de aquellos, que son giratorios alrededor de un eje situado en su parte inferior, de tal modo, que el conjunto pueda abatirse sobre el tablero, describiendo cada uno de sus puntos un arco de círculo cuyo plano sea perpendicular al eje del paso. A fin de hacer este movimiento simultáneo con el del puente la barra superior ó pasamanos termina en la proximidad de la puerta por una sección oblícua (fig ª 18), que forma un ángulo de 45° con la normal á la longitud de dicho pasamanos; este plano se apoya en una pieza de hierro empotrada en el batiente de la puerta, consiguiéndose así que al levantar el puente resbalen una sobre otra las superficies en contacto, iniciándose con ello el movimiento de los guardalados. A fin de que estos no caigan por su propio peso con violencia, dos cadenas de longitud conveniente se sujetan por una de sus extremidades á los pilares de la puerta y por la otra á los montantes centrales; al bajar el puente estas cadenas se atirantan y van produciendo el movimiento de elevación progresivo de los guardalados que se sujetan en su posición definitiva por medio de cerrojos que unen la extremidad anterior á la parte fija y de los ganchos *g* que se introducen en orificios practicados en el pasamanos.

Este sistema, aunque muy ingenioso, presenta el inconveniente de que el menor entorpecimiento en el juego de las charnelas puede dificultar el resbalamiento de los dos planos oblicuos, produciéndose así un embarramiento que dificulta la maniobra del puente y puede desquiciar el guardalados; además, en los diver-

sos movimientos de éste, desde su posición vertical hasta aquélla en que está acostado sobre el puente, el centro de gravedad del sistema compuesto por el tablero, los guardalados y sus cadenas varían de posición en cada instante, así como también la tensión de estas últimas y el ángulo bajo el cual actúan. Esto complicaría excesivamente las ecuaciones de equilibrio, si hubiera de tenerse en cuenta, y si para simplificarlas se considera el centro de gravedad correspondiente á la posición abatida de los guardalados, prescindiendo de las variaciones de esta posición y de la tensión de las cadenas, la experiencia ha demostrado que el esfuerzo necesario para levantar el tablero va sin cesar aumentando desde el origen del movimiento hasta que el puente está vertical.

Los guardalados empleados en los fuertes de París, están constituidos (fig. 6.ª) por dos montantes *c e c' e'* y dos barras horizontales *a b a' b'*; las extremidades *b* y *b'* de estas en forma de horquillas, abrazan á piezas de hierro empotradas en la mampostería de la puerta, sujetándose por medio de un pasador que les permite un movimiento de rotación en un plano vertical. Los montantes llevan á su vez pequeñas orejas con orificios que corresponden á otros practicados en ensanchamientos análogos de las barras horizontales, pasando por ambos un perno é interponiéndose entre ellos una roldana de cobre, al objeto de suavizar el rozamiento en la articulación que así resulta. Dichos montantes van recodados en ángulo recto en su parte inferior y la rama horizontal presenta dos partes redondeadas que se introducen en muñoneras fijas al tablero exteriormente, al cual queda dispuesto todo el guardalados. Las extremidades *a* y *a'* de las barras horizontales, llevan pequeños salientes en forma de pirámides truncadas que se introducen en orificios de forma análoga, practicados en los apoyos *h h'* de los montantes *m* situados en la parte fija del puente.

Mediante la disposición descrita, se concibe fácilmente, que al levantarse el puente jugarán todas las articulaciones convirtiéndose los rectángulos *c d c' d'*, *c' b b' d'*, *b' d' e'* o y *d' e' d e* en paralelógramos cuyos lados *e d*, *e' d*, *c d*, *c' d'* se conservarán verticales, hasta que en la posición vertical del tablero todo el siste-

ma replegado sobre sí mismo quede en línea recta. Para conseguir este resultado de una manera rigurosa, es preciso adoptar en el establecimiento de los elementos del guardalados ciertas precauciones que sucintamente indicaremos. 1.ª Los ejes de giro *e e'* de los montantes y el *o* del puente deben estar sobre una misma línea paralela á las barras *a b a'b'* lo que exigirá que los coginetes de aquéllos se sujeten inferiormente al plano superior del tablero en un rebajo practicado en el mismo que debe extenderse más allá del pie *e* de los montantes extremos, á fin de permitir el alojamiento de la parte *a b* de dichos montantes. 2.ª Para no impedir que el tablero se aplique exactamente sobre el batiente de la puerta, todo el guardalados debe ir volado sobre el mismo, lo que se logra mediante la disposición en ángulo recto de la parte inferior de los montantes. 3.ª Para que las barras horizontales puedan replegarse unas sobre otras, es necesario que entre las verticales bajadas por los puntos *b* y *b'* exista una distancia igual al espesor de aquellas, distancia que debe conservarse también en todas las demás articulaciones de unión *c d c' d'* á fin de que las figuradas *c d c' d' c' b b' d'* sean paralelógramos; por la misma razón, la distancia entre las verticales de *d d'* y los puntos *e e'* debe ser igual á la que exista entre la vertical de *b'* y *o*. 4.ª El montante *c e* debe hallarse próximo á la extremidad anterior del puente, á fin de disminuir la longitud de la parte volada de las barras, y el *c' e'* se situará á la mitad de la distancia entre aquél y la puerta. 5.ª El conjunto del sistema se establecerá con las precauciones debidas para que todo él se halle en un plano rigurosamente perpendicular al eje de giro del tablero.

Este sistema ha dado muy buenos resultados en la práctica y presenta además la ventaja de no dificultar las condiciones de equilibrio, por cuanto los centros de gravedad de los cuatro paralelógramos articulados que en cada guardalado se forman, hallándose en la intersección de las diagonales se encuentran dos á dos sobre la misma vertical y el punto de intersección de ellas con el tablero, es el mismo en las distintas posiciones del puente, lo que evita toda complicación al considerar para el equilibrio el peso de dichos guardalados.

**8. Clasificación de los puentes según la naturaleza de su mecanismo.**—Si examinamos lo que pasa al tratar de elevar el tablero giratorio de un puente levadizo, observaremos que para vencer la resistencia que el peso de aquél opone al movimiento, es necesario aplicar en uno cualquiera de sus puntos una potencia tal que en todos los momentos exista equilibrio entre ambas fuerzas; ó dicho de otro modo, que el conjunto del sistema formado por ellas y los intermedios mediantes los cuales se ejerce su acción, esté en equilibrio indiferente. Supongamos reducido el puente (fig.ª 19), á una línea $a\ b$ y sea $o$ su eje de giro, $R$ su peso aplicado en el centro de gravedad $G$, y $P$ la potencia necesaria para vencerlo, actuando en un punto cualquiera $a$ ó $b$ del tablero: para que estas dos fuerzas se hallen en equilibrio basta evidentemente, puesto que se trata de una palanca, que se tenga

$$P + x = R + y \qquad (1)$$

siendo $x$ é $y$ los brazos de $P$ y $R$.

Pero como $R$ actúa constantemente en el centro de gravedad, es fácil comprender que al moverse el puente su brazo de palanca varía en cada momento, y por consiguiente, para que la relación citada tenga lugar en todas las posiciones de aquél, es necesario que varíen una sola de las cantidades $P$ y $x$ ó ambas á la vez.

En algunos tipos de puentes (puentes de péndolas) $x$ permanece constante, variando solamente $P$: en otros $P$ permanece constante variando $x$, y su variación debiendo depender de la de $y$, obliga á cambiar en cada momento el punto de aplicación de $P$ (puentes de curvas sobre el tablero). En general dicho punto de aplicación es siempre el mismo y en tal caso, la variación de $x$ dependiendo únicamente del movimiento del tablero hace necesario que varie $P$ en la relación conveniente para que la igualdad (1) tenga lugar. Estudiemos ahora de quien depende la variación de $P$, tanto cuando $x$ sea constante como cuando no lo sea.

Para ello haremos notar que esta fuerza está producida en general por medio de unos contrapesos sometidos á la acción de

la gravedad, de tal modo que el sistema originado por ellos y la potencia $P$ pueda asimilarse para su equilibrio á una palanca (1) y en tal caso representando el valor de la fuerza debida á los contrapesos por $Q$, por $a$ su brazo de acción y por $b$ el de $P$, se tendrá,

$$Q \times a = P \times b$$

En esta fórmula, $P$ es variable, según antes se ha dicho, y para conseguir que se verifique en todos los momentos tendrán que serlo también una, dos ó las tres cantidades $Q$ $a$ y $b$; de aquí se podría originar una clasificación racional de los diversos tipos de puentes, en los que es fijo el punto de acción de $P$, pero dentro de cada uno de los grupos que se formaran entrarían pocas variedades y la clasificación resultaría viciosa por lo muy dividida; esta razón hace preferible clasificarlos atendiendo solo á que varíe ó no $Q$ y según esto se formarán los dos grupos siguientes: *puentes de fuerza equilibradora constante y puentes de fuerza equilibradora variable.* En el primero incluiremos, como es lógico, los puentes en que únicamente varia $x$ y también los equilibrados por la sola variación de $P$, ya que esto, como hemos de ver, se consigne dejando constante á $Q$. (2)

---

(1) En los puentes sostenidos por cadenas que pasando por poleas situadas en la parte superior del paso vienen á unirse de un modo cualquiera al contrapeso, dichas poleas pueden considerarse en realidad como palancas.

(2) En nuestro concepto la clasificación de los puentes se halla algo confusa en varios autores, debido á que no se hace la distinción conveniente entre la fuerza $P$ que actúa sobre el tablero y la producida por el contrapeso, lo que lleva á confundir también sus brazos de palanca. De aquí que algunos, después de hecha la división entre los distintos tipos de puentes consideren como clases aparte de las por ellas señaladas los puentes de flechas y báscula y aún los de contrapesos que ruedan sobre curvas (Gratry. *Essai sur les ponts mobiles militaires.)* Otros consideran, puentes de contrapeso constante pero de acción variable y puentes de contrapeso variable, agrupando entre los primeros los de báscula, curvas, Derché Dévéze etc. y entre los segundos los de Poncelet y sus análogos de Guéze, Desfeanx, Lacoste etc., (Gabba. *Ponti mobili per la fortificazione)*, distinción poco afortunada, á nuestro parecer, por cuanto estos últimos podían llamarse como los primeros, ya que no vemos diferencia esencial

**9. Necesidad del estudio de los diversos tipos de puentes propuestos.**—Las condiciones á que un puente levadizo debe satisfacer, hacen que sea difícil encontrar un sistema que las cumpla todas y cuya aplicación sea recomendable en absoluto para cualesquiera casos y circunstancias. Cumple al ingeniero militar escoger entre las disposiciones más aceptables aquella que se adapte mejor á las necesidades de su proyecto, y para ello precisa conocer los tipos cuya bondad la experiencia ha sancionado: si su misión se redujera á construir obras nuevas, no cabe duda que con ellos tendría suficiente; pero, quizás con más frecuencia que á construir un puente nuevo, estará llamado

---

entre que el contrapeso deje de actuar totalmente por cargar parte de su peso sobre un punto fijo de suspensión, como sucede con el de cadenas de Poncelet, ó que le ocurra lo mismo por apoyarse sobre una superficie inclinada cuya reacción, variable en cada momento por variar la inclinación de aquélla, dé lugar á una tensión variable sobre las cadenas de suspensión del puente. Todavía hallamos menos meditada la clasificación inserta en el número 5 del *Memorial de E'officier du génie, 1822*, que por no extendernos más no citamos. Bastante más acertada y racional es la que establece el general Gauthier. *(Memoria sobre puentes levadizos. Memorial de Ingenieros 1847)*, si bien tiene á nuestro modo de ver el inconveniente de confundir, en algunos de los grupos que establece, puentes cuyos modos de equilibrarse son esencialmente distintos.

La división que nosotros hemos hecho nos permitimos creerla más lógica y que puede abarcar todos los tipos de puentes, aunque estimamos que en realidad para no agrupar puentes distintos en una misma categoría, deberían admitirse más subdivisiones según en el texto se indica. Debe entenderse bien que lo que separa unos tipos de puentes de otros es que la fuerza equilibradora sea variable, siendo su brazo de palanca constante ó vice-versa, no el contrapeso que es impropio llamarle constante ó variable, puesto que si bien se para la atención en el mismo puente Poncelet, el contrapeso, materialmente considerado, es constante, pues lo que ocurre es que una parte de él deja de actuar sobre las cadenas de suspensión en virtud de una disposición especial, exactamente lo mismo que ocurre, según ya se ha dicho, en un puente de curvas en el que el contrapeso es constante, por más que origina una fuerza variable, debido á que si en el principio del movimiento obra todo él para levantar el tablero, en los varios momentos del mismo solo obra una parte que es la componente del peso en dirección del plano inclinado sobre el que resbala. El estudio detenido de la manera de funcionar de los diversos puentes descritos permitirá apreciar mejor las razones expuestas.

el ingeniero á reparar algunos existentes de antiguo, y mal puede tratar de restablecer su equilibrio si ignora los principios en que la existencia del mismo se funda. Las dificultades que para la maniobra de aquéllos existen, débense no tanto á las resistencias pasivas que con el tiempo se hayan originado, como á la falta de precisión en la colocación, en obra de sus diversas partes, bien por deficiencias de la operación, bien por haberse hecho el cálculo teórico en condiciones demasiado diferentes de las de la práctica; defecto es este último de que adolecerán en general los puentes algo antiguos, por cuanto durante mucho tiempo se ha considerado para el estudio de un sistema cualquiera, el tablero reducido á una línea en la que se encontraban los centros de gravedad y el punto de enganche de las cadenas y á éstas como desprovistas de peso y rigidez. La corrección de los defectos debidos á una ú otra causa sólo puede hacerse conociendo al detalle la teoría matemática de los diversos tipos de puentes que se han aplicado en la práctica, y de aquí la necesidad imprescindible de su estudio para el ingeniero militar.

Aun considerando el examen de las diversas disposiciones solamente como cuestión histórica, tendrá siempre el interés unido á asuntos de esta clase, permitiendo por el estudio de todas ellas evitar se proyecten ó estudien disposiciones que la práctica ó un análisis teórico detenido han hecho reconocer como imperfectos; por otro lado, como no hay nada que pueda considerarse malo en absoluto, siempre podrán ser útiles algunas ideas aplicadas en esos mismos sistemas desechados por impracticables, y el ingeniero conociendo á fondo estos asuntos sabrá obtener de ellos enseñanzas de gran provecho para su profesión.

**10. Observaciones sobre el cálculo y establecimiento de los puentes levadizos.**—Para el cálculo de las diversas partes que componen el mecanismo de un puente, parece á primera vista posible emplear un método puramente experimental, consistente en colocar el tablero en una posición cualquiera, para la cual se determinaría bien el peso del contrapeso, su posición ó cualquier otro elemento capaz de influir en su acción, de modo tal que con él se iniciara el movimiento ascensional de dicho

tablero, variándolo después hasta que comenzara á producirse el descenso del mismo, y tomando como resultado final la media entre los obtenidos en ambos casos; pero tal procedimiento, aparte de lo largo y penoso que había de ser al efectuarlo para un número de posiciones algo considerable, proporcionaría resultados dependientes del valor de las resistencias pasivas, los cuales pueden variar mucho por las diversas circunstancias que se veriquen durante la experiencia.

Es necesario, por consiguiente, estudiar mecánicamente las condiciones de equilibrio, y deducir de ellas la forma y dimensiones de las diversas partes que han de constituir el mecanismo, bien por procedimientos analíticos, bien por procedimientos gráficos.

En uno y otro caso, y á fin de simplificar las operaciones necesarias, se desprecian las resistencias pasivas debidas á los rozamientos de los muñones del eje de giro del tablero ó las poleas, así como las originadas por la rigidez de las cadenas de suspensión, cuando existen (1), y se admite que tales resistencias debe vencerlas el esfuerzo de los hombres encargados de la maniobra; en general, en los tipos de puentes que estudiaremos, cuando se hallan bien calculados y establecidos, no se necesitará más de un hombre á cada lado del puente y dos cuando llevan mucho tiempo en obra para vencer las expresadas resistencias; sin embargo, al proyectar un puente nuevo, sería muy conveniente calcularlas, á fin de tener un conocimiento exacto de las condiciones de funcionamiento.

---

(1) *En el Giornale d'artigleria é genio, 1883*, se ha publicado un *Studio teórico pratico sin ponti-levatoi*, en el cual su autor, el capitán de ingenieros italianos Gabba, ha tenido en cuenta todas las circunstancias que influirían en la determinación de los elementos de un puente, no despreciando las resistencias pasivas, ni considerando fijo el punto de contacto de las cadenas de suspensión con las poleas situadas en la parte superior del paso; el resultado de ellos es una complicación de cálculos y de procedimientos gráficos tal, que su solo aspecto basta para hacer comprender la imposibilidad de proceder con tan excesiva exactitud, que por otra parte en la práctica puede fácilmente resultar ilusoria; su mismo autor lo ha reconocido así en el trabajo antes citado, en el que con mejor acuerdo presenta los cálculos simplificados que se emplean ordinariamente.

Todos los mecanismos de los puentes levadizos son simétricos, según en otro lugar hemos indicado, con relación al eje longitudinal del tablero, de tal modo, que á uno y otro lado del paso se hallan establecidas disposiciones idénticas destinadas á obrar simultáneamente sobre aquél. Se puede, en consecuencia reducir el estudio del equilibrio de un puente al de su mitad, admitiendo además que el peso del tablero se descompone en dos fuerzas iguales paralelas y contenidas en planos verticales, que contienen á su vez los elementos de la mitad del mecanismo que se considere. Debe, pues, en lo sucesivo entenderse, que al referirnos al peso del tablero, se trata de la mitad del peso total del mismo.

# CAPÍTULO II

Puente de báscula y flechas.—Variedades del mismo.—Puentes de flechas interiores, flechas en ziz-zag y de báscula superior invertida.—Puentes de péndolas de Burel y Beaulieu.

**11. Puente de flechas.—Descripción y maniobra.**—El sistema de puente levadizo que representa la fig. 20, uno de los más antiguos y sencillos que se han ideado, era muy usado todavía en las plazas y fuertes á principios de este siglo.

Hállase constituído por un tablero $A\ O$ giratorio al rededor del eje horizontal $O$, y por unas palancas de madera llamadas flechas, $C\ D$ que giran alrededor de $O'$, uniéndose al tablero por medio de las cadenas $A\ C$. Hacia la extremidad posterior de estas flechas se coloca un contrapeso $Q$, convenientemente calculado, para asegurar el equilibrio en todas las posiciones del sistema. Las flechas van arriostradas en la parte $O'\ D$, á fin de que la acción de la fuerza motriz, que se ejerce por medio de las cadenas $m\ n$, se reparta igualmente en las dos partes del tablero.

La maniobra se efectúa actuando sobre las cadenas $m\ n$ cuando se trata de levantar el puente, y con palancas que obran sobre la extremidad posterior de las flechas para bajarlo.

**12. Equilibrio.**—Podemos sin inconveniente suponer, dada la constitución informe de las cadenas $A\ C$, descompuesto su peso en otros dos que obren en los puntos de unión $A$ y $C$, y considerar estas componentes comprendidas entre los pesos que cons-

tituyen los totales $P$ y $P'$ del tablero y de las flechas con el contrapeso. Sean $G$ y $G'$ los centros de gravedad de aquél y éstas, $d$ y $d'$ las distancias $O\,G$ y $O'\,G'$, $\Omega$ y $\Omega'$ los ángulos de $A\,O$ y $C\,O'$ con la horizontal en una posición cualquiera del sistema, $\beta$ y $\beta$ los de $O\,G$, y $O'\,G'$ con $A\,O$ y $O\,D'$ respectivamente.

Para el equilibrio del tablero tendremos, llamando $t$ la tensión de las cadenas,

$$t \times O\,F = P \times d \times \cos(\Omega - \beta).$$

El equilibrio de las flechas tiene lugar si

$$t \times O'\,F' = P' \times d' \times \cos(\Omega' - \beta');$$

y por consiguiente, el equilibrio del conjunto exige:

$$\textbf{(1)} \qquad \frac{P \,.\, d \cos(\Omega - \beta)}{O\,F} = \frac{P\,d \cos(\Omega' - \beta')}{O'\,F'}$$

A fin de simplificar las condiciones de equilibrio, se establece el puente de tal modo que la figura $O\,A\,C\,O'$ sea un paralelógramo en su posición inicial y consecuentemente en todas las demás, lo que exige sean iguales y paralelas $O\,A$ y $O'\,C$: como entonces $O\,F = O'\,F'$ y $\Omega = \Omega'$, la igualdad **(1)** se convertirá en

$$\textbf{(2)} \qquad P\,d \cos(\Omega - \beta) = P'\,d' \cos(\Omega - \beta')$$

Esta condición debe satisfacerse para cualquier posición del puente, y como todos los elementos que en ella entran son constantes, á excepción de $\Omega$, es indispensable convertirla en otra independiente de esta variable, lo que se conseguirá bien por ser $\beta = \beta'$ ó por $\beta = O$ y $\beta' = O$, condiciones ambas que pueden reasumirse diciendo que *las líneas que unen los ejes de giro de las flechas y el tablero con sus respectivos centros de gravedad son paralelas*: la condición **(2)** queda entonces reducida á

$$\textbf{(3)} \quad P\,d = P'\,d', \qquad \text{ó bien} \qquad P\,d \cos\beta = P'\,d' \cos\beta,$$

que nos expresa *deben ser iguales entre sí los momentos de las flechas y el tablero con relación á sus ejes de giro* (1).

Es fácil comprobar que si la condición antedicha se satisface, el sistema estará en equilibrio indiferente, para lo cual basta, según sabemos por Estática pura, que el centro de gravedad del conjunto se halle fijo ó sujeto á moverse sobre un plano horizontal. Dicho centro lo será el punto $G''$ de intersección de la recta $G_1\ G'_1$ con la $O\ O'$, puesto que los triángulos $O'\ G''\ G'_1$ y $O\ G''\ G_1$, siendo semejantes en virtud del paralelismo de $O\ G_1$ y $O'\ G'_1$, nos dan

$$\frac{G''\ G_1}{G''\ G'_1} = \frac{d}{d'} = \frac{P'}{P}.$$

Como además los mismos triángulos nos proporcionan la relación

$$\frac{O\ G''}{O'\ G''} = \frac{O'\ G'_1}{O\ G_1} = \text{constante},$$

el punto G'' permanecerá fijo en cualquier posición del sistema.

**13. Establecimiento y rectificación del puente.**—A fin de que este puente se maniobre con facilidad, es indispensable determinar con arreglo á las condiciones dichas el valor del contrapeso $Q$, que llevan las flechas, y la posición del mismo.

Se establecerá el tablero con arreglo á las conveniencias locales, obteniéndose así $P$ y $d$, y asímismo se determinarán la forma, dimensiones, peso y colocación del centro de gravedad de las piezas constitutivas de la báscula, sin contar con el contrapeso que sea necesario añadir, y fijando el saliente de las flechas de tal modo que sea ligeramente superior al largo del tablero. Dando un valor arbitrario á $d'$ se deducirá el de $P'$, y restando de éste el peso de las piezas que constituyen la báscula, se tendrá el valor del contrapeso $Q$. Fijando la posición que más convenga

---

(1) La teoría que acabamos de exponer no es completamente exacta; pues la tensión en $C'$ no es igual á la tensión en $A'$ cuando se considera el peso de la cadena: no obstante, para el establecimiento práctico del sistema puede despreciarse la diferencia enunciada.

para el centro de gravedad del mismo, se obtendrá fácilmente la de $G'$, y con arreglo á ella y al valor de $d'$ se establecerá el eje de giro de las flechas, de tal modo que tenga lugar el paralelismo de $O\,G$ y $O'\,G'$; se puede proceder á la inversa, situando en primer término el eje de giro y deduciendo de aquí la posición del contrapeso; pero es más cómoda la marcha indicada.

Los objetos que forman aquél se procurará sean simétricos y se dispondrán simétricamente alrededor del punto escogido como su centro de gravedad: los puntos de amarre de las cadenas han de satisfacer á la condición de que la figura $O\,O'\,C\,A$ sea un paralelógramo (1).

Puede ser útil determinar la tensión de las cadenas $A\,C$, lo que se consigue fácilmente observando que se tiene

$$T \times O\,F = P \times d \cos (\Omega - \beta).$$

Una sencilla operación gráfica permite alcanzar fácilmente el mismo resultado, observando que la tensión $T$, el peso $P$ y la reacción del eje de muñones se hacen equilibrio, y por consecuencia, deben concurrir en un mismo punto; bastaría, por consiguiente, unir el punto de intersección de $P$ y $A\,C$ con $O$, y descomponer después $P$ en las direcciones de $B\,C$ y la última recta indicada.

Bajo el punto de vista mecánico, los puentes de flechas presentan el inconveniente de que éstas, hallándose sometidas constantemente á esfuerzos considerables, llegan á deformarse produciéndose alteraciones en el equilibrio que dificultan la maniobra, hasta el punto de que ésta puede ejecutarse por un solo hombre en un puente nuevo y al cabo de dos años son necesario cuatro, por lo menos, para conseguirlo. Se ha tratado de remediar este inconveniente construyendo dichas flechas como una viga armada, pero esto no es más que un paliativo no siempre eficaz.

Para remediar la falta de equilibrio que por tal causa se pro-

---

(1) No entramos en más detalles acerca de la manera de montar en la práctica esta clase de puentes, por cuanto atendiendo á las razones que más adelante exponemos, no se empleará nunca en lo sucesivo semejante disposición en las puertas de plaza.

duce en los puentes de flechas ya establecidos, se debe empezar por corregir el paralelismo de los lados $A\,O$ y $C\,O'$, $A\,C$ y $O\,O'$, esto se conseguirá levantando el punto $C$ en lo necesario y rectificando la longitud de las cadenas, de modo que se tenga $A\,O = C\,O'$ y $A\,C = O\,O'$.

Para corregir la posición y el valor del contrapeso de una manera exacta, se buscaría la posición de los centros de gravedad de las partes superior é inferior, y por un método análogo al indicado para el establecimiento de un puente nuevo, se determinarían aquellos dos elementos; pero dada la curvatura de las flechas y la incertidumbre sobre la densidad de las maderas después de algún tiempo de puestas en obra, los resultados que pudieran obtenerse habían de ser muy inciertos; no hay, pues, más remedio que recurrir á tanteos, que producirán sensiblemente el mismo resultado que el método expuesto.

Para servir de guía en estos tanteos puede observarse que, establecido el equilibrio del sistema en la posición horizontal, si al elevar el puente la báscula se precipita con violencia contra el batiente de la puerta es señal de que el centro de gravedad $G_1$ (fig. 21), se halla demasiado alto; y recíprocamente, si á medida que se eleva el tablero hay que hacer esfuerzos cada vez mayores para llevar la báscula á la posición vertical, el centro de gravedad $G'_2$ está demasiado bajo; basta examinar la fig. 21 para comprender que en el primer caso el valor $o'a$ del brazo de palanca es mayor que $o'b$ que debía tenerse; y en el segundo este es mayor que $o'c$; se recurrirá, pues, á bajar ó elevar el centro de gravedad del contrapeso, según corresponda, cambiando los materiales empleados para constituirle por otros más ó menos densos, ó modificando la posición del mismo por medios fáciles de concebir (1).

Debe tenerse presente que un puente de flechas bien establecido necesita, por término medio, dos hombres para ser manejado con facilidad, y que, por tanto, puede considerarse un puente equilibrado, tratándose de una reparación, cuando son suficientes tres ó cuatro hombres para su maniobra.

(1) Leblanc. Note per un moyen pratique de regler les pronts levis á fléche, *Memorial de l'officier du genie.* Tomo 10.

**14. Análisis del sistema.**—Bajo el punto vista militar presentan estos puentes otros inconvenientes además del indicado. Desde luego la curvatura de las flechas hará que el tablero no se aplique contra el marco de la puerta, quedando ésta imperfectamente cerrada; además, las flechas por la posición que ocupan al estar el puente levantado se hallan muy expuestas á las vistas y fuegos del enemigo, y su maniobra, siendo muy visible, señala á éste los movimientos del sitiado.

Aparte de esto el establemiento de las flechas en los pasos cubiertos, obliga á practicar aberturas en el muro de escarpa con perjuicio de la solidez y de la ornamentación arquitectónica. La maniobra se efectúa fácilmente, pero no está exenta de peligros, puesto que en caso de rotura de las cadenas el contrapeso caería en la parte interior del paso. Por todas las razones expuéstas, no se emplearán nunca en las plazas fuertes los puentes que hemos descrito (1).

**15. Puente levadizo de flechas interiores.**—Con objeto de obviar los inconvenientes que hemos dicho tiene el sistema anteriormente explicado, se ha variado su disposición, colocando las flechas en el interior de la bóveda de entrada (fig. 22).

De tal modo, aunque se elimina alguno de aquéllos, no desaparecen todos, y se crea además el de nececesitar una altura muy grande para la bóveda, y por consiguiente, para el muro de escarpa, que dificulta ó hace imposible su desenfilada, con el inconveniente anejo á aquélla de disminuir la anchura del terraplén en la parte que cubre el paso: á fin de evitar la existencia de ranuras para el paso de las cadenas exteriores, se han colocado algunas veces las poleas $P$, sobre cuya garganta se los hace apoyar; pero con ello se alteran las condiciones de equilibrio y éste no puede ser perfecto.

**16. Puente de flechas en zig-zag.—Descripción y**

(1) En las aplicaciones civiles de los puentes levadizos, es claro, que los inconvenientes militares pierden todo su valor; los que se presentan bajo el punto de vista mecánico pueden hacerse desaparecer empleando flechas de hierro, cuya rigidez no alteran las influencias atmosféricas.

**maniobra.**—La fecha de la invención del sistema que vamos á describir no es conocida, como tampoco el nombre de su inventor: se encuentra descrita en la *Sciencé des ingenieurs* de Belidor, donde se consigna existían ya puentes de esta clase al fin del siglo XVII en muchas plazas de Alemania, de donde pasó á Francia, en la que se hicieron algunas aplicaciones; el general Gauthier, en su Estudio sobre puentes levadizos, no se ocupa de él y tampoco parece que haya recibido aplicaciones prácticas en nuestro país.

Este puente se compone (fig. 23) de una báscula $A\,B$ móvil alrededor de $A$, y unida al tablero $H\,L$ por el intermedio de las flechas $D\,F$, cuyo punto de giro está en $E$, y de las barras $C\,D$ é $I\,E$, provistas de articulaciones en sus extremidades. El eje de giro de las flechas $D\,F$ se introduce en dos muñoneras, una de las cuales vá empotrada en el estribo de la bóveda y la otra queda sostenida por una pieza de hierro, de modo tal, que pueda desmontarse fácilmente, á fin de permitir las reparaciones necesarias. La maniobra se efectúa de modo idéntico al del puente de flechas.

**17. Equilibrio.**— Para facilitar el establecimiento de las condiciones de equilibrio, se hace de modo que las figuras $A\,C\,D\,E$ y $F\,E\,H\,I$ sean paralelógramos, y que los puntos $A\,E$ y $H$ estén en línea recta, con lo cual $A\,B$, $E\,F$ y $H\,L$ formarán constantemente el mismo ángulo con la horizontal. En estas condiciones y adoptando las notaciones ya usadas en el puente de flechas, designando además por $a$ y $a'$ las distancias $A\,C$ y $H\,L$ de los puntos de unión de las piezas $C\,D$ y $F\,L$ con la báscula y el tablero, á los ejes $A$ y $H$, tendremos que las fuerzas verticales que actúen en las extremidades de la flecha $D\,F$, en una posición cualquiera del sistema, serán:

$$X = \frac{P \times d \cos(\Omega - \beta)}{a \cos \Omega} \quad \text{y} \quad X = \frac{P' \times d' \cos(\Omega - \beta')}{a' \cos \Omega}$$

En su consecuencia, para el equilibrio será necesario que

$$\frac{P \times d \cos(\Omega - \beta)}{a \cos \Omega} . E\,F = \frac{P' \times d' \cos(\Omega - \beta')}{a' \cos \Omega} . E\,D$$

Cuya relación, debiendo tener lugar independientemente del valor Ω, exige se tenga $\beta = \beta'$, ó lo que es lo mismo, que las rectas $Hg$ y $Ag'$ sean paralelas. En tal caso se tendrá

$$\frac{P \times d}{a} . EF = \frac{P' \times d'}{a'} . DE.$$

En la práctica, para simplificar las condiciones de equilibrio, se hace la báscula idéntica al tablero del puente, con lo que se tendrá $P = P'$ , $d = d'$ y $a = a'$ , siendo entonces iguales los paralelógramos $AECD$ y $EFIH$.

**18. Análisis del sistema.**—Este puente presenta la ventaja de su sencillez y facilidad de establecimiento: haciendo las flechas de hierro ó fundición pueden evitarse las alteraciones de equilibrio provinentes de la deformación de las mismas, si bien subsistirán las debidas á las variaciones que en el tablero y báscula puedan producir las influencias atmosféricas. Las flechas no quedan del todo resguardadas del efecto de los proyectiles, y además no permiten la existencia de comunicaciones laterales próximas al muro de escarpa. Finalmente, los considerables rozamientos que se originan en las diferentes articulaciones y el peligro que ocasiona la posición de la báscula, son nuevos inconvenientes que deben añadirse á los ya apuntados.

**19. Puente de báscula superior invertida.**—El general Gautier denomina á este puente de Toramos; no fué, sin embargo, Toramos su inventor; pues como ha podido verse en la reseña histórica, se empleaba ya esta disposición en el siglo XVII: la obra *Arquitectura práctica* (1) de dicho ingeniero, lo describe con bastante detalle, pero sin que aparezca con modificación ninguna de importancia que permita considerar hubo, ya que no una idea original por parte de Toramos, una reforma tal que justificara el dar su nombre al puente; además, es sabido que dicho libro es traducción de John Fuller, en donde se encuentra descrito también este sistema.

(1) El manuscrito original de la misma se conserva en la Biblioteca de la Academia de Ingenieros.

Según el general Gauthier, ha recibido aplicaciones en muchas de nuestras plazas fuertes.

La fig. 24 representa esta clase de puentes, bastando su inspección para comprender el modo de funcionar; tienen la ventaja de cerrar con una doble puerta el paso, lo que impediría una sorpresa si se llegaran á cortar las cadenas de suspensión desde el exterior: para no dificultar la salida en caso de que aquéllas se rompieran por un accidente, se practica en el tablero-báscula un postigo con su correspondiente puerta.

Este sistema es bien recomendable por su sencillez; presenta los inconvenientes de ocupar mucho espacio, del peligro originado por la colocación del tablero y el gravísimo de no ser posible obtener con él el equilibrio en todas las posiciones, ni aún prescindiendo del peso de las cadenas, ya que el centro de gravedad de la báscula describe un arco de círculo, y para que aquella condición se realizara debería describir, como se demuestra para el puente de Belidor, una curva especial llamada sinusoide, que no es sino una epicicloide de círculos iguales.

**20. Puente de péndolas de Burel.—Descripción y maniobra.**—M. Burel no ha sido el primero que haya tenido la idea de establecer el equilibrio entre el tablero de un puente y el contrapeso, sirviéndose, como se verá á continuación, de dos curvas del mismo radio; el coronel Emy ideó en 1804 un puente de esta clase, que no se ha llevado nunca á la práctica, habiéndose solamente ejecutado un modelo en pequeña escala que existía en la Escuela de aplicación de Artillería é Ingenieros en Metz: en este sistema las curvas son circulares y tangentes entre sí, estando colocado el contrapeso exterior á la escarpa, donde forma como una báscula, completamente vista desde el exterior, que se abate sobre el tablero cuando éste queda levantado; á la vista saltan los inconvenientes de tal disposición, sin que necesitemos insistir en ellos.

La disposición que en el puente antes descrito, § **19**, tiene la báscula, presenta la ventaja de resguardarla de las influencias exteriores y del efecto de los proyectiles enemigos; pero al adoptarla se hace imposible, realiza el equilibrio indiferente que se

desea: á conseguir éste, sin perder aquélla, tiende la disposición propuesta por el Teniente Coronel Burel y que representa la figura 25.

Como puede verse en ella, la báscula está constituída por dos viguetas ó péndolas *A B* (una á cada lado del paso), provistas de contrapesos enlazados por la pieza *B*, que constituye el eje de giro, y á cuyos paramentos exteriores van adosados dos sectores de madera, sobre los que se arrollan al elevar el puente las cadenas *x y z* fijas en un punto *z* de su contorno.

La extremidad opuesta de dichas cadenas se unen en *z'* á otros sectores de igual radio, fijos á los largueros laterales, y de tal modo colocados, que su plano se confunde con el de los correspondientes á las péndolas *A B*.

Para elevar el puente se actúa sobre las pequeñas cadenas *m n*, con lo que las *x y z* se van arrollando sobre los sectores correspondientes á las péndolas y desarrollándose de los del tablero, cuyo movimiento ascensional tiene lugar en virtud de estas disposiciones: otras cadenas *m' n'* sirven para efectuar la operación inversa.

A fin de dar al sistema la precisión necesaria en sus funciones, la parte central del enlace *x y z* que no ha de arrollarse sobre los sectores, es una barra de hierro dividida en dos partes que se unen por medio de una cuña pasador *G*, lo que permite variar ligeramente su longitud: unos pequeños rodillos *x* la mantienen en la posición conveniente: los contrapesos pueden también recibir pequeños movimientos al objeto de restablecer el equilibrio, y para finalizar con estos detalles, indicaremos la disposición que tienen las llantas (fig 26), en la que unas grapas de hierro forman garganta para el alojamiento de las cadenas y llevan en sus extremidades los ojos *a*, por donde pasan las varillas *a b*, *b c*, *c d*, *d e*, que contribuyen á asegurar la posición de aquéllas.

Para sostener las péndolas en la posición inicial del tablero, evitando así que las sacudidas producidas por el paso de vehículos pesados reaccionen sobre el sistema, originando choques y vibraciones perjudiciales, tanto más intensos, cuanto más perfecto es el equilibrio, se suele disponer á ambos lados del paso

una palanca acodada, móvil alrededor de un eje vertical, disposición que se ha aplicado también algunas veces en los puentes de flechas ordinarios.

**21. Equilibrio.**—Dada la igualdad de radio de los sectores, se comprende sin dificultad que, realizado el equilibrio en una posición cualquiera del tablero, subsiste rigorosamente para todas las demás: la condición que ha de satisfacerse será, pues, la de igualdad de momentos en la posición inicial del tablero y péndolas alrededor de sus respectivos ejes de giro.

Es claro, que esto será completamente exacto prescindiendo del peso de las cadenas *x y z*; éstas, si son horizontales (lo que exije que el radio de los sectores sea igual á la mitad de la altura del eje de giro de las péndolas sobre el del tablero) no alterarán el equilibrio sino por el peso de las porciones que quedan arrolladas, pues la influencia del trozo comprendido entre los puntos de contacto será completamente nula. Pero puede haber ocasiones en que la imposibilidad de elevar la bóveda de paso obligue á bajar el eje de giro de las péndolas, y entonces la porción de cadena últimamente citada producirá una variación en el valor de la tensión teórica, igual al peso de su proyección sobre la vertical, § **51.**

En el caso de adoptarse la transmisión inclinada del movimiento, de unos á otros sectores, se hará preciso, por lo general, practicar en el terreno dos cavidades que sirvan de alojamiento á las extremidades *A* de las péndolas: también se deben enganchar en tal caso las cadenas á algo más de 90° de los radios horizontales ó verticales (según el sector que se considere), á fin de que se cumpla siempre la condición de tangencia.

Otra precaución que hay que observar es la de situar el eje de giro de las péndolas bastante bajo en la proximidad de la cara inferior de las mismas, á fin de que éstas, al llegar á la posición vertical, no tiendan á inclinarse hacia adelante por efecto del peso de los sectores, que quedan en tal momento completamente á su izquierda; para conocer su situación exacta basta determinar la de la vertical que pasa por el centro de gravedad del conjunto de sector y péndolas, lo cual es bien fácil de conseguir, co-

nocido el peso de unos y otras; exactamente sobre esta vertical debe colocarse el eje de giro, y á fin de impedir que el tablero ejerza, estando vertical, tracción sobre las cadenas de trasmisión, que coadyuvaría al efecto que tratamos de evitar y mantendría imperfectamente cerrada la puerta, se dispondrá su eje de giro de tal modo que el esfuerzo expresado no se produzca.

**22. Análisis del sistema.** Un mecanismo sencillo, tanto para su establecimiento como para lo que respecta al cálculo de las dimensiones de los elementos que producen el equilibrio, una gran facilidad para rectificar los puentes recien establecidos y los antiguos, cuyo funcionamiento se verifique en malas condiciones, y una atenuación notable del valor de las resistencias pasivas, son circunstancias que avaloran la disposición descrita; pero no se puede desconocer que las condiciones todas de un buen puente levadizo no quedan satisfechas desde el momento en que las partes esenciales del mecanismo no quedan resguardadas de los efectos del tiro enemigo; que el espacio ocupado en sentido longitudinal es muy grande; que el eje de giro constituye un embarazo para el paso de carros muy cargados; que las péndolas son causa continua de peligros para los encargados de la maniobra, y finalmente, que las influencias atmosféricas provocan movimientos en las piezas de madera que exponen á los motores á desviarse del plano en que deben hallarse, con notable perjuicio del equilibrio.

Un empleo conveniente del hierro, aunque eliminaría la ventaja de la sencillez, podría atenuar ó hacer desaparecer algunos de los inconvenientes citados; pero subsisten quizás los más importantes, y en definitiva podríamos decir que es recomendable el empleo de este puente en obras de fortificación provisional y de campaña, en que la condición predominante haya de ser la de sencillez: también será fácil modificar los puentes de báscula superior descritos (§ **19**), convirtiéndolos en otros como el que acabamos de estudiar, con lo que por lo menos se podrá conseguir un equilibrio perfecto que en aquéllos no existía nunca según vimos.

**23. Puente de péndolas modificado por el Coronel Beaulieu.**—El Coronel de Ingenieros b elga M. Beaulieu, propuso en 1824 otro tipo de puentes levadizos sumamente parecido al de Burel, del que puede considerarse como un perfeccionamiento, que evita, principalmente, el defecto de dejar expuesto parte del mecanismo á los proyectiles enemigos, aparte de la mejora en otros detalles de construcción, que tienden á hacer menos sensibles los efectos que vimos provocaban las influencias atmosféricas: la memoria en que se exponía su fundamento teórico, mereció el premio de honor instituído por el Rey de los Países Bajos.

**Descripción y maniobra.**—En este puente que representa esquemáticamente la fig. 27, las péndolas están ligadas por el eje y por otras varias riostras, una de las cuales movible en el plano de aquéllas á fin de poder corregir con su variación las de equilibrio, los cuatro sectores exactamente iguales son de fundición, y los inferiores, en vez de hallarse fijos al tablero, se encuentran colocados á la mitad de altura entre éste y las péndolas tangentes al paramento exterior, á cuyo efecto se practica una abertura rectangular en cada una de las jambas de la puerta. Unas varillas $a\,b$ los unen á husillos fijos á una pieza transversal que sobresale de los largueros laterales lo necesario para que en cada lado la varilla $a\,b$, el sector inferior y el superior se hallen en un mismo plano vertical; el eje de giro $O'$ se establece de modo que la figura $O\,O'\,a\,b$ sea un paralelógramo, lo que hace que los ángulos descritos por un punto de cualquiera de los elementos giratorios, báscula, sectores y tableros, sean constantemente iguales.

La maniobra se efectúa de modo análogo al del puente Burel.

**24. Equilibrio.**—La relación que debe existir entre las dimensiones de los principales elementos del puente es fácil de establecer, sin más que determinar la tensión producida en el enlace intermedio $c\,d$, por el peso de las básculas y sectores $o'\,d$; unidos á ella y la originada por el del tablero, varillas y sectores $o'\,c$: este cálculo puede hacerse fácilmente estableciendo las oportunas ecuaciones de momentos; los valores así obtenidos

para la tensión del citado enlace deben ser iguales, y de su igualdad se deducirá la relación buscada.

**25. Análisis del sistema.**—Ya hemos indicado qué defectos del puente Burel se anulan en virtud de la disposición descripta; las ventajas enumeradas al ocuparnos de aquél subsisten en éste, salvo alguna menor sencillez en el mecanismo, que sería causa de no poder establecerlo con medios improvisados: todos los inconvenientes restantes subsisten, y dificultan el empleo de esta combinación, hasta el punto de que debe mirarse como inaceptable por regla general.

# CAPÍTULO III

## CONTINUACION DE LOS PUENTES DERIVADOS DEL DE BÁSCULA Y FLECHAS

### PUENTE DE BÁSCULA INFERIOR

**26. Descripción y maniobra.**—Constitúyese este puente prolongando todos ó algunos de los elementos del tablero al otro lado de su eje de giro, de tal modo, que formen el contrapeso destinado á equilibrar aquél en todas sus posiciones.

Esto obliga (fig. 28) á practicar una cavidad detrás del muro de escarpa, en la que pueda alojarse, al descender, la parte posterior del tablero. En un principio los mismos largueros del puente, prolongados, sostenían otro tablero que cubría, cuando aquél estaba horizontal, la cavidad citada; pero tal disposición presenta el inconveniente de que en la posición vertical del mismo queda por detrás del eje de giro un foso sin cubrir que puede originar accidentes peligrosos, tanto más cuanto que este sitio carecerá, en general, de luz suficiente; además, es necesario sujetar el puente en su posición horizontal por medio de cerrojos, lo que sobre hacer incómoda y peligrosa la maniobra, puede ser causa de grandes daños en caso de un descuido cualquiera.

Por tales motivos se ideó inmediatamente otra disposición, que es la representada en la figura, donde los largueros del puente prolongados sostienen un contrapeso, y el foso de detrás de la escarpa va cubierto por un tablero sostenido por largueros independientes de los de la parte móvil.

La maniobra de este puente podía hacerse, bien por medio de

un sistema de palancas como el que representa la figura, bien valiéndose de cadenas sujetas á la extremidad posterior de la báscula, sobre las que se actuaba desde el interior del foso donde aquella penetra, ó bien por un sistema de engranajes que consistía en un sector dentado, establecido verticalmente contra la cara exterior de uno de los largueros laterales de la báscula, que engranaba con un piñón maniobrado por medio de una manivela ú otra disposición análoga.

**27. Equilibrio.**—El equilibrio de este sistema puede deducirse con mucha sencillez, considerándolo como un caso particular del ordinario de flechas; en efecto, si se supone que las flechas descienden hasta colocarse en prolongación de los largueros laterales del puente, el paralelógramo de condición se reducirá á una linea recta, sobre la que deben encontrarse los centros de gravedad del tablero y báscula, y el del conjunto del sistema que debe hallarse además en el eje de giro.

Estas condiciones de equilibrio podían también haberse deducido, observando que este sistema de puente constituye, en cierto modo, una balanza en la que, para existir el equilibrio indiferente, es necesario que el centro de gravedad de la cruz coincida con el eje de giro, y que los puntos de suspensión de los platillos estén en una misma línea recta con él.

**28. Análisis del sistema.**—El puente así dispuesto presenta los siguientes inconvenientes: 1.° El muro de escarpa queda debilitado por la existencia de la cavidad posterior á él, pudiendo ser insuficiente su espesor para la seguridad de la plaza. 2.° Debiendo hallarse el centro de gravedad sobre el eje de giro, éste se colocará inferiormente al tablero, acodándolo en sus extremidades, para conseguir la coincidencia deseada; resulta de aquí, que la línea intersección de un plano vertical que pase por el eje de giro y el plano superior del puente, ha de describir una superficie cilíndrica, lo cual obliga á practicar un hueco en el piso de la parte fija, como la figura indica, que permita el paso de los largueros móviles al levantar el puente: este hueco se cubre por medio de un tablón llamado *clave*, cuya colocación y se-

paración dan origen á un retardo en la maniobra. 3.° El doble tablero y la cavidad de alojamiento de la báscula, hacen costoso el establecimiento del puente. 4.° La maniobra es incómoda si se efectúa estando sobre el tablero fijo, é incómoda y peligrosa si tiene lugar por bajo del mismo; si la que se ejecuta en un lado es independiente de la del otro, se corre el riesgo de que se produzcan alabeos en el tablero: por medio de engranajes puede conseguirse la solidaridad necesaria entre ambos adoptando disposiciones sencillas y fáciles de imaginar; pero tal sistema tiene el inconveniente de constituir un mecanismo relativamente delicado, y cuyo funcionamiento puede comprometer la rotura de un solo diente. 5.° El tablero fijo se deteriora fácilmente, lo mismo que la prolongación de los largueros de la parte móvil por la humedad inevitable del foso posterior. 6.° En los sitios donde el agua se encuentra á poca profundidad es imposible la adopción de este sistema, puesto que introduciéndose aquélla en la cavidad de alojamiento de la parte móvil, se dificultaría en extremo la maniobra, sobre todo en tiempo de heladas.

Los inconvenientes citados se aminoran de un modo notable con el empleo del hierro para la construcción del puente y con las disposiciones que á continuación describimos; quedando, en cambio, en pié las innegables ventajas que reune este sistema y que tendremos ocasión de señalar.

**29. Puente Lagranje.—Descripción y maniobra.—** Comenzaremos por indicar la disposición propuesta por M. Lagrange, que representa la figura 29; en ella el tablero queda equilibrado por dos brazos acodados *A A*, de hierro, convenientemente cargados de peso en su extremidad posterior, y situados exteriormente á los largueros laterales del tablero móvil; van reunidos en su parte anterior por una pieza transversal *a* sobre la que descansa aquél, quedando su centro de gravedad entre dicha pieza y el eje de giro. Mediante estas disposiciones se logra elevar el centro de gravedad del contrapeso, de tal modo, que se eleve también el general del sistema, y en su consecuencia, el eje de muñones que ha de pasar por él, lo que permite prescindir del empleo de la clave. Además los contrapesos se

mueven en ranuras laterales, cuyo ancho puede ser bastante reducido, y dada su situación, se ve que no hay necesidad de establecer un tablero fijo como en el sistema anterior, ni se debilita tampoco la escarpa en tanto grado.

La maniobra se efectúa por medio del sistema de engranajes que la figura representa; á fin de hacer simultáneos los movimientos de ambos lados, los piñones van montados sobre un mismo eje que atraviesa el paso por una misma canal de sillería recubierta con un tablero. Las cavidades destinadas á recibir los contrapesos van ensanchadas en su parte posterior para que se pueda descender á ellas y limpiarlas; su fondo está inclinado convenientemente á fin de llevar fuera del paso de las ruedas los objetos que se pudieran hacer caer.

**30. Análisis del sistema.**—Con esta disposición desaparecen muchos de los inconvenientes antes citados; la maniobra se hace con regularidad, puesto que se actúa sobre ambos brazos á la vez, y los gastos de establecimiento se reducen por la desaparición del tablero fijo y del foso, revestido porterior á la escarpa. En cambio se originan ciertas dificultades de establecimiento bajo el punto de vista de la construcción, y los engranajes pueden comprometer la maniobra si uno cualquiera de sus dientes se rompe. Por todas estas razones estimamos preferibles las disposiciones más sencillas que á continuación vamos á describir.

**31. Puentes modernos de báscula inferior.**—La idea de repartir el contrapeso únicamente sobre los dos largueros laterales extremos no es moderna; se la encuentra ya realizada como ha podido verse en la reseña histórica para las primitivas disposiciones de puentes que se abatían hacia el foso; el general Poncelet, recomienda también que se coloquen los contrapesos en esta forma; según dice, se ha propuesto otras veces y se hace en los países Bajos (1), pero se comprende que esto había de presentar ciertas dificultades de construcción, que el empleo

---

(1) *Traité de mécanique appliquée aux machines.*—Tomo II, 1895.

del hierro para estos largueros prolongados ó flechas inferiores, ha permitido eliminar.

**Descripción y maniobra.**—Los puentes de báscula inferior totalmente de hierro, cuyo uso se halla, hoy día, más generalizado, se encuentran constituídos por un entramado de vigas laminadas *I*, que hacen el oficio de largueros y sostienen el pavimento. Dos de estos prolongados más allá del eje de giro, que se designan por analogía con el nombre de flechas, soportan el contrapeso destinado á equilibrar el tablero, y descienden al efectuar la maniobra en ranuras longitudinales practicadas en el muro de escarpa.

Los largueros que se prolongan, pueden ser los dos laterales extremos ó dos del centro, presentando uno y otro sistema ventajas é inconvenientes. El primero, dejando libre el paso por la disposición de las cavidades destinadas al alojamiento del contrapeso, permite que los preparativos para la maniobra del puente puedan hacerse sin interrumpir el tránsito, hasta el momento en que aquél empiece á levantarse, lo que puede alcanzar gran importancia en circunstancias determinadas, por ejemplo: en la retirada de una salida nocturna; además, las reparaciones pueden hacerse también sin impedir el paso, y por último, todas las partes del mecanismo se hallan menos expuestas á deterioros. En cambio de estas ventajas, presenta el inconveniente de exponer el tablero á esfuerzos de torsión por la falta de solidaridad entre las dos partes que constituyen el contrapeso.

Con la segunda disposición se evita el inconveniente que acabamos de indicar y se consigue el reducir á uno los dos aparatos de cierre que la anterior exije; pero en cambio se tropieza con dificultades inherentes á la colocación del contrapeso, que convierten en inconvenientes las ventajas que en el caso anterior expusimos.

Una ú otra solución puede adoptarse según las circunstancias, y para atenuar los defectos que presentan, se emplean varios medios. Así, en los puentes de contrapesos laterales se evitan los efectos de torsión uniendo sólidamente todos los largueros al eje de rotación y haciendo también lo más sólido posible su enlace con el cabezal. El rectángulo que así se forma, se con-

solida por medio de piezas diagonales como la fig. 30 indica.

En los grandes puentes, para los que los efectos de torsión son más temibles, aparte de las disposiciones indicadas, se establecen los largueros de tal modo, que en vez de quedar sostenidos cada uno de los contrapesos por uno solo de aquéllos, lo estén por dos, que son los que se prolongan porteriormente al eje, aproximándolos lo necesario para no perder la ventaja de cavidades de dimensiones reducidas y colocadas de modo que no dificulten el paso. Tal disposición es la que representa la figura, y los resultados obtenidos con ella, son completamente satisfactorios (1).

En los puentes de contrapeso central, lo que se ha tratado de simplificar, como es consiguiente, han sido las operaciones necesarias para la maniobra; al efecto, con objeto de evitarse el tiempo que consume el levantado de la trampilla que cubre la cavidad de alojamiento del contrapeso, se ha dispuesto en ella una pequeña abertura en la que se introduce un tapón metálico, provisto inferiormente de un gancho, al que va unida la cadena que sirve para desprender el aparato de cierre; basta, pues, levantar aquél para que pueda procederse inmediatamente á la maniobra (2).

El único defecto que á los tipos de puentes descritos se puede reprochar, es el que resulta de la dificultad de maniobra. Para realizarla se puede recurrir á varios métodos: uno de ellos es el empleo de bicheros que sirven para tirar de la extremidad de los largueros prolongados ó para empujarlas, según los casos. A fin de evitarse la apertura de las trampillas que cubren aquéllos, se puede recurrir á otro procedimiento, según el cual, se actúa sobre las flechas por medio de palancas que se introducen verticalmente en argollas horizontales, sólidamente fijas á aquéllas y situadas delante del eje á una distancia tal, que una vez llegado el puente á su posición vertical, exista entre dichas palancas, que entonces estarán horizontales, y el suelo, un espacio bastan-

---

(1) Ha sido adoptada en la plaza de Coblenza y funciona de una manera perfecta en los muchos años que lleva establecido.

(2) Esta disposición se introdujo el año 72 en la plaza de Maguncia.

te para poder cogerlas fácilmente; por otra parte, como dada la posición de dichas argollas, los hombres encargados de la maniobra no podrían, en el primer instante del movimiento de elevación, obrar directamente sobre las palancas sin avanzar en el tablero, se sujetan á la extremidad de las mismas unas cadenas, en las que la fuerza que habrá que aplicar será un mínimo cuando su dirección permanezca en todos los instantes tangente á la circunferencia que describe la extremidad citada. Para bajar el puente, se empezará por hacer uso de las palancas, y al fin del movimiento bastará que los hombres encargados de la maniobra obren sobre el tablero por su peso, subiéndose sobre él.

Se ha recurrido también al empleo de cadenas sujetas á la extremidad anterior de los largueros y que, pasando por poleas colocadas en el interior de la bóveda del paso, permiten levantar fácilmente el puente, sirviéndose para bajarlo de palancas ó bicheras, como antes se dijo.

Para evitar el empleo de las cadenas citadas, se han adoptado también contrapesos preponderantes, que obrando en cuanto se desprende el aparato de cierre, producen la elevación automática del puente; para atenuar en tal caso el choque de éste contra el batiente de la puerta se recurre á fuertes resortes que pueden ir colocados, bien en la cara exterior de este batiente ó bien en la parte interior del muro de escarpa, si éste queda muy debilitado por la existencia de las cavidades del alojamiento del contrapeso, debiendo en tal caso colocarse lo más bajos posible y fijos á grandes piedras, fuertemente empotradas en la mampostería. De todos modos, los contrapesos preponderantes presentan el inconveniente de que la fuerza economizada en la elevación del puente viene á gastarse después en el descenso del mismo, y esta operación puede resultar fatigosa y larga, cuando por defectos de construcción, rozamientos grandes, etc., sea necesario un contrapeso desproporcionado para la elevación automática. Sin embargo, la experiencia ha demostrado que en el actual estado de las contrucciones de hierro, todo temor de esta especie, puede ser desechado; aparte de que bajo el punto de vista militar, será en general más importante facilitar la maniobra de elevación, que la de descenso.

Acaso fuera preferible, en vez de adoptar contrapesos preponderantes, establecer el puente de modo tal, que solo tenga una posición de equilibrio absoluto, cuando se halle á 45°, por encontrarse entonces el centro de gravedad (fig. 29' Lám. V) del conjunto del sistema inferior al eje de muñones y en la vertical que por él pasa; de esta manera, cuando el puente esté horizontal, el centro de gravedad, se hallará más bajo que el eje de muñones y posterior á él, y anterior cuando el puente esté vertical, consiguiéndose así que en uno y otro caso el peso propio del mismo inicie el movimiento. El inconveniente que esta disposición presenta, es el de la necesidad de recurrir á aparatos de cierre para las dos posiciones extremas del tablero (1).

**32. Detalles de construcción.**—La fig. 30 representa la disposición de un gran puente levadizo de báscula inferior. Según puede verse en ella, las cavidades que sirven de alojamiento á las flechas están un poco ensanchadas en la parte posterior, para facilitar el descenso á las mismas y su limpieza; el perfil muestra la disposición del fondo que permite rechazar al foso los objetos que pudieran caer en su interior; su cubierta es fija, menos en la parte posterior donde existe una trampilla que se levanta para desprender el sistema de cierre y descender al fondo de estas cavidades, cuando sea necesario; toda esta cubierta, incluso la trampilla, puede estar constituída por planchas de hierro de un centímetro de grueso, estriadas en uno ó más sentidos, ó bien por palastros más delgados sostenidos por pequeños hierros de $T$, ligados á ella con roblones. En algunos puentes alemanes se han usado también planchas de fundición de $0^m,025$ de grueso, provistas de resaltos tronco piramidales y reforzadas con nervios inferiores. El borde exterior de las cavidades vá coronado con sillería labrada que sobresale del plano del suelo tres ó cuatro centímetros, con lo que se evita el riesgo de que un vehículo pesado pueda pasar por encima de las cubiertas de aquéllas.

---

(1) Esta disposición se ha adoptado en el puente levadizo de la plaza de Arras.

El eje de giro, que á la vez constituye la pieza de talón, descansa, según en otro lugar se ha indicado, en coginetes extremos y varios intermedios, conforme representa la figura, atravesando los largueros del puente á la mitad de la altura de su alma, y siendo de sección cuadrada en la parte del paso, á fin de arrastrar aquéllos en su movimiento de giro. Para reforzar el alma en esta parte, que queda debilitada, se emplean cubre-juntas, unidos por pernos, como representa la fig. 31.

La sección de los largueros destinados á sostener el contrapeso es la misma que la de todos los demás, puesto que se ha observado que determinando aquélla para resistir á los pesos que deban circular por el puente, las dimensiones que resultan son sobradas para soportar el contrapeso, lo cual es una gran ventaja por la uniformidad que permite en la unión de los largueros, con el eje de rotación y por la sencillez de estructura.

Para permitir el giro de la extremidad posterior de los largueros no prolongados al interior, se hace necesario practicar en la mampostería del muro de escarpa, análogamente á lo que vimos en los puentes de madera, una cavidad de la forma que las figuras 30 y 31 representan, y el hueco que queda posterior á dicha extremidad se cubre con una plancha de palastro fija, ó móvil á charnela, si se quiere poder limpiar el espacio expresado: se ha establecido la posición del centro de gravedad de tal modo, que el repetido hueco resulta de muy pequeñas dimensiones.

Los largueros van unidos en su extremidad anterior á una pieza en U, por medio de escuadras, asegurándose así la rigidez del conjunto; para coadyuvar á ésta van dispuestas, según ya se indicó, por bajo de los largueros, platinas de hierro en aspa sólidamente roblonadas sobre los laterales.

Los contrapesos dispuestos en la parte posterior de las flechas pueden constituirse (fig. 32) por medio de una serie de planchas de fundición que se introducen en una caja formada por dos planchas sujetas á la tabla inferior de las *I*, y por las almas de estas mismas; su número puede aumentarse ó disminuirse para restablecer el equilibrio cuando éste haya sido alterado por las influencias atmosféricas ó por sobrecargas accidentales.

En los puentes más pequeños, en los que cada contrapeso está

sostenido por un solo larguero prolongado, aquél puede adoptar la disposición que representa la fig. 33, constando de una parte fija y otra móvil, que es la que sirve para regular el equilibrio. Es claro que pueden emplearse otras disposiciones fáciles de imaginar, aun cuando las descritas parecen ser las más sencillas y convenientes.

**33. Aparatos de cierre.**—Otro detalle de estos puentes, que merece fijar la atención, es el aparato destinado á servir de apoyo á la extremidad posterior de las flechas cuando el puente se encuentre horizontal y que hemos designado con el nombre de aparato de cierre.

El que representa la fig. 33 se ha aplicado á los puentes de pequeñas dimensiones, y consiste en un gancho *G*, sujeto á girar alrededor de un eje unido, como en la figura se vé, á la extremidad posterior de la flecha y que se apoya, cuando el puente está horizontal, en la pieza *A*; á fin de que en las vibraciones que experimenta el tablero al paso de una carga cualquiera no pueda aquél desprenderse de su sitio, vá sujeto por medio de una barreta transversal *B*, giratoria en un plano vertical alrededor de un eje situadc en una de sus extremidades.

Para levantar el puente, después de quitada la trampilla que cubre el aparato, se hace girar la barreta *B* y se desprende el gancho por medio de la pequeña cadena unida al mismo.

En los puentes más grandes y frecuentados se puede aplicar el aparato de palancas que representa la fig. 32; es más sólido que el anterior y está estudiado de tal modo, que permite elimiminar, en lo posible, las vibraciones del puente. Consiste en una palanca, cuyo eje de giro *o* se halla sujeto á la extremidad posterior de las flechas por medio de un perno que atraviesa la caja de los contrapesos. Su extremidad anterior se introduce en una argolla *A*, unida á un perno *B*, dispuesto como la figura representa. La palanca se apoya en un punto intermedio, próximo al eje de giro, sobre una barra transversal *C*, sólidamonte empotrada en las mamposterías de la excavación de alojamiento de las flechas. Para levantar el puente basta tirar de una cadena *A D*, unida á la extremidad móvil de la palanca, de modo que ésta, al

bajar, se desprenda de la argolla *A*, que cae por su propio peso, dejando libre, por consiguiente, la extremidad del larguero. Fácilmente se concibe cómo mediante esta disposición, quedando las flechas empujadas hacia arriba, y, por lo tanto, el puente hacia bajo, se disminuyen sensiblemente las vibraciones producidas por el paso de las cargas; además, por medio de las tuercas *t* y *t'*, se puede templar convenientemente la palanca para conseguir mejor el expresado objeto.

Las figuras 34 y 35 representan otras dos disposiciones de esta clase de mecanismos, cuyo modo de funcionar puede comprenderse por la simple inspección de ellas: la primera pertenece á un puente de la plaza de Arras y la segunda es empleada en Austria (1)

**34. Detalles de construcción en los puentes de madera y hierro.**—El sistema de puente que acabamos de estudiar puede constituírse también con largueros de madera, limitando el empleo del hierro á las flechas; aquéllos en tal caso van situados inferiormente al eje, y para sujetarlos al mismo se emplean bridas que abrazan unos y otros, uniéndose por su parte inferior á una plancha de hierro transversal que comprende toda la anchura ocupada por los largueros (fig. 36). El eje es de sección cuadrada, excepto en la parte correspondiente á los muñones y á las flechas, y para que arrastre á éstas en su movimiento de giro al par que para reforzarlas, van unidos á ellas los manguitos *m* en los cuales, y en una ranura practicada en el eje, penetra una clavija *G:* es claro que esta disposición podría sustituírse por la descrita al ocuparnos de los puentes totalmente metálicos. A fin de evitar que los largueros puedan resbalar según la longitud del eje, podrían practicarse en éste salientes que impidieran dicho movimiento, ó bien unirlo á aquéllos por medio de pernos que atravesarán á uno y á otros; esto presenta el inconveniente de debilitar las piezas, por lo que pueden sustituirse las disposiciones citadas por otra que consiste en prolongar las planchas inferiores hasta unirlas con los manguitos *m*.

---

(1) Sammlung von Konstruktions—details der kriegsbankunst.

Las extremidades anteriores de los largueros pueden ir encepadas entre dos planchas dispuestas análogamente á la que vá en la extremidad posterior. La solidez del rectángulo formado por el eje, las piezas citadas y las flechas, se asegura por flejes de hierro dispuestos en aspa y fijos á las flechas en un punto situado á la mitad de la altura de su perfil, lo que, dada la posición de las mismas, obliga á colocar aquéllas sobre la cara superior de los largueros.

Quedando la tabla superior de las flechas á mayor altura que el tablero del puente, pueden constituirse sobre éstas los paseos laterales, sosteniéndolos como la figura representa.

Es claro que todas las disposiciones de detalles que hemos explicado variarán según las circunstancias; nosotros las damos únicamente como un ejemplo de las soluciones que pueden adoptarse.

**35. Establecimiento y rectificación del puente.**— Una de las ventajas que el sistema de puentes descritos presenta es, indudablemente, la facilidad de establecer su equilibrio con toda la exactitud deseable; para ello se procura en el proyecto determinar todas las piezas de que se componen de tal modo que los centros de gravedad del tablero y de la báscula se hallen en el plano de los ejes longitudinales de las flechas, plano que debe pasar también por el eje de giro; hecho esto y calculados los contrapesos para que su movimiento sea igual al del peso del tablero, se procede á poner en obra el puente, y á fin de rectificar los errores inevitables que en la práctica pueden resultar, se busca el equilibrio exacto por medio de las operaciones siguientes:

1.ª Se coloca el puente perfectamente vertical, asegurándose de ello por medio de una plomada conducida, según el eje longitudinal de las flechas, y en tal caso, si como es muy fácil que ocurra, á pesar de las precauciones tomadas, el centro de gravedad del conjunto no se halla sobre esta vertical, lo que se reconocerá por la tendencia á abandonar la posición que se le ha dado, se le llevará á ella adaptando á las flechas ó al tablero mismo pesos adicionales, tanto menores cuanto mayor sea su brazo de palanca con respecto al eje de rotación.

2.ª Conseguido el equilibrio en la posición vertical, si el movimiento del puente se acelera al tratar de pasarlo á la horizontal, es prueba de que el centro de gravedad se hallaba más alto que el eje de muñones, y si dicho movimiento exije un esfuerzo cada vez mayor para verificarse nos demostrará que se encontraba más bajo. Esto basta para indicar el sentido de la corrección que hay que efectuar en el contrapeso de la báscula, ya en la posición horizontal ó en otra cualquiera que pudiera elegirse, pues en el primer caso habrá que disminuirlo y en el segundo aumentarlo, con precaución, sin embargo, para no sacar el referido centro de la linea media, de no tocar á los contrapesos de que antes se ha hecho mención, y de que las porciones que se quiten ó añadan sean tales, que su centro de gravedad particular se halle en la línea media de las flechas.

Si el puente lleva contrapesos móviles, bastará correr éstos paralelamente á sí mismos en el sentido que convenga.

Es evidente que establecido así el equilibrio en una posición cualquiera, distinta de la vertical, el centro de gravedad que antes se hallaba en la linea media habrá venido á coincidir además con el eje de muñones, y el sistema estará en equilibrio indiferente como se desea.

Estas mismas operaciones habrá que hacerlas siempre que el equilibrio se altere por efecto de las influencias atmosféricas ó cualquiera otra causa; su facilidad y sencillez constituyen una garantía de que se tendrá siempre el puente en buen estado de servicio.

**36. Análisis del sistema.**—Nos hemos detenido tanto en el sistema que acabamos de estudiar por considerar que su empleo será, en la mayoría de los casos, el más indicado, sin que tengamos que insistir para demostrarlo en las ventajas que presenta bajo el punto de vista de facilidad en el cálculo y establecimiento, así como en sus correcciones, caso de turbarse el equilibrio con el tiempo; además estos desarreglos son menos frecuentes que en otros sistemas, ya que la misma sencillez de los medios por los que se consigue el equilibrio permite evitarlos reforzando el tablero de las maneras indicadas y tanto como

sea necesario á fin de precaver cualquiera variación en la estructura del mismo.

Los inconvenientes de los antiguos sistemas de puentes de báscula inferior desaparecen, según hemos tenido ocasión de observar, con las disposiciones descritas, persistiendo únicamente el relativo á su establecimiento en los puntos en que el agua se encuentra á poca profundidad, por la presencia de ésta en las cavidades de alojamiento de las flechas, que puede dificultar y aun impedir en absoluto la maniobra en tiempo de heladas. Bien es verdad que este inconveniente se atenúa, como se ha hecho algunas veces, empleando flechas cuya longitud posterior al eje sea pequeña; pero entónces se necesitarán contrapesos muy grandes y el establecimiento del puente puede resultar difícil y antieconómico; además en tal caso las alteraciones del equilibrio serán más difíciles de remediar, por existir mayores variaciones en el contrapeso, lo que constituye una nueva dificultad que añadir á las de establecimiento.

El examen de las condiciones peculiares de cada caso permitirá únicamente resolver la cuestión de si es preferible recurrir al sistema explicado ó bien á otro cualquiera de los que más adelante se describirán.

**37. Puentes que se abaten hácia el foso.**—Al reseñar los puentes móviles que se construían en el siglo XV hemos visto que se adoptó en algunos de ellos la disposición consistente en dejar que se abatieran hácia el foso, en vez de elevarse para cubrir las puertas, como ordinariamente ocurre; en épocas modernas el capitán Berguesse hizo ejecutar en éste orden de ideas los puentes de las plazas de Dunkerke y de Boulogne, constituyendo el contrapeso por un tablero prolongación del que cubría el foso, de tal modo que al descender éste se elevaba aquél y cerraba la puerta.

Esta misma disposición ha sido propuesta por el capitán Pirón (1) quién ideó un sistema de enganche de la extremidad del tablero á la contraescarpa ó puente fijo que permite hacer con

(1) *Pont tombaut á crochets pour les comunications militaires, 1864.*

facilidad y rapidez esta maniobra; consistía (fig. 37) en cuatro fuertes ganchos que engarraban en sólidos anillos empotrados en la piedra de coronamiento de la pila ó muro; estos ganchos formaban cuerpo con un árbol provisto de dos manivelas que con la ayuda de bielas y palancas situadas á derecha é izquierda del tablero, podía recibir un movimiento de rotación para enganchar ó desenganchar aquéllos.

En los frentes de Amberes para interrumpir las comunicaciones por detrás de las baterías bajas, que flanquean los rebellines, se establecieron también puentes de esta clase (1); difieren de los ya descritos en que el contrapeso en vez de estar constituído por una prolongación del tablero, lo forman dos cajas de palastro fijas á los extremos de la pieza de talón, resultando una disposición análoga á la de los contrapesos de los puentes de hierro de báscula inferior; unas barras inclinadas arrancan de las extremidades posteriores de tales cajas y se unen á montantes fijos verticalmente sobre el talón; desde esta unión parten otras barras igualmente dispuestas para sujetarse en los largueros laterales exteriores, á $^1/_3$ próximamente de su longitud, contada desde la contraescarpa; se forma así una viga armada que asegura la rigidez del conjunto, evitando la flexión producida por las cajas contrapeso. Todo el entramado del puente es de viguetas de hierro.

Como siempre en estos sistemas, á fin de facilitar la maniobra, se halla el puente en equilibrio en la posición horizontal, pero en cuanto se le separa de ella tiende á abatirse por sí solo, lo cual se consigue colocando el centro de gravedad en la vertical del eje de giro y un poco más elevado que él. En dicha posición se le sostiene del lado de la contraescarpa, haciéndole descansar sobre consolas de hierro giratorias al rededor de un eje vertical, maniobra que se realiza por medio de manivelas; además existen unos cerrojos horizontales apoyados contra los largueros exteriores y que pueden resbalar en pasadores por medio de tres ruedecillas sobre las que apoyan; las extremidades anteriores de estos cerrojos descansan sobre la pila del puente fijo y para

(1) Brialmont. *Traité de fortification polygonale,* tomo II, pág. 371.

su maniobra llevan una pequeña parte de su longitud con dientes, formando cremallera, en los que engranan los de un sector dentado (fig. 38) al que se le dá movimiento de giro desde el lado de la escarpa por medio de una palanca; otros cerrojos ordinarios, de dirección perpendicular al eje del paso, resbalan sobre las cajas contrapeso, contribuyendo á aumentar la sujeción del puente.

La maniobra exige, por tanto, el giro de las consolas de apoyo, valiéndose de sus manivelas, y luego el descorrer todos los cerrojos; con cuerdas sujetas á argollas establecidas en la extremidad del contrapeso se inicia el movimiento de descenso, que continúa después en virtud de la preponderancia del tablero, no debiendo los hombres encargados de la maniobra hacer otro esfuerzo que el de retenerlo para que caiga sin violencia. En tiempo de guerra se hace que el tablero descanse únicamente sobre los cerrojos longitudinales, con lo cual se suprime la parte de la maniobra relativa al giro de las consolas.

**38. Análisis de estos sistemas.**—Las combinaciones explicadas presentan, á no dudar la ventaja de una sencillez grande en los medios por los que se consigue su equilibrio, tanto como en los puentes de báscula inferior y aún mayor, pues se evita la construcción de cavidades para alojamiento de los contrapesos, que quedan aquí reducidas á simples rebajos hechos en el suelo para cuando aquéllos estén en la posición horizontal. El constituir el contrapeso por un tablero idéntico al que salva el obstáculo, tiene la ventaja de proporcionar un cierre al paso; pero esta ventaja no existe para los que consideran preferible á obstruir la entrada con un obstáculo pasivo, dejarla abierta é imposibilitar el paso por la acción de los fuegos de frente que la existencia de dicho obstáculo impide ejecutar; también ocurre que en ciertos casos el tablero al elevarse impide la acción de los fuegos flanqueantes, como ocurría en los frentes de Amberes para las comunicaciones dichas, y, en tal caso, la disposición adoptada en ellos para el contrapeso es, desde luego, la única posible.

Otra ventaja importante la constituye el que así como en un

puente ordinario, lo mismo que en uno corredizo, basta que se coloquen algunos hombres sobre el tablero para imposibilitar la maniobra, como también el que le enganchen por medio de garfios, en los que ahora nos ocupan dichas circunstancias servirían para facilitarla; esto tiene importancia principalmente cuando la comunicación que con el puente móvil se interrumpe es tal que pueda temerse que en caso de una salida las tropas del sitiado, seguidas de cerca por sus enemigos, no tengan tiempo de elevar el puente por el hecho de encontrarse aquéllas sobre él: así ocurriría en las comunicaciones próximas á las posiciones que pueda ocupar el sitiador en los fuertes aislados y en los reductos donde la debilidad de las guarniciones puede hacer temible una sorpresa.

Pero esta misma circunstancia dá lugar á un inconveniente de gravedad suma: el de la facilidad en producirse accidentes peligrosos por un descuido cualquiera de los encargados de la maniobra, ó una avería en los cerrojos al paso de una carga que produjera fuertes trepidaciones, cosa no difícil, atendiendo á que todo su peso queda soportado por ellos. Para evitarlo, se pueden adoptar las disposiciones del puente de Amberes, ó sean las consolas giratorias; pero se complica la maniobra y es forzoso recurrir sólo á los cerrojos en tiempo de guerra (1). Si las circunstancias fueran tales que obligaran á hacer caso omiso de este defecto, las disposiciones del puente Ardagh, que luego describiremos, nos parecen preferibles á las que se acaban de estudiar, por las razones que en su lugar han de exponerse.

**39. Puentes de muñones movibles.**—A fin de hacer desaparecer el inconveniente que hemos señalado para los puentes de abatimiento hacia el foso, se ha tratado de conseguir que la extremidad anterior del tablero descanse, como de ordinario, en la contraescarpa, y para poder desprenderlo de dicho apoyo, de modo que la maniobra resulte factible en las expresadas condiciones, se hace variable la posición del eje de giro, originán-

(1) Según el mayor Gratry, en las plazas de Boulongne y Dunkerke, se produjeron tantos accidentes de esta clase que fué preciso reemplazar el sistema de puentes Berguesse por otro.

dose de este modo los puentes de muñones movibles: el coronel Emy los empleó por primera vez en España durante la guerra de la Independencia, y la descripción de los dos tipos por él propuestos es la que á continuación vá á ocuparnos.

**40. Primer sistema Emy.—Descripción y equilibrio.**—La fig. 39 representa un tipo adoptado para salvar pequeñas luces y utilizable únicamente por peatones. Sobre la cara exterior de los largueros laterales del tablero se establecen dos muñones que descansan en muñoneras empotradas en las flechas inclinadas *a b* giratorias á su vez alrededor de *a*. La maniobra se efectúa tirando de las cadenas unidas al extremo *b* hasta colocar aquéllas verticales, en cuya posición se hará girar el tablero abatiéndole hacia el foso, de modo que quede colocado en el mismo plano que ellos: es evidente que en la línea ideal, eje de giro durante el movimiento, ó más bien un poco más alto, debe hallarse el centro de gravedad del tablero.

El esfuerzo necesario para iniciar el movimiento del sistema se puede calcular facilmente observando que, para el equilibrio de las palancas *a b* basta con que sean iguales los momentos de las fuerzas que sobre ellas actúan con respecto á su eje de giro; en su consecuencia, designando por *l* (fig 40.—Lám. V) la longitud *a b* por *d* y *d'* las distancias al punto *a* del eje de muñones del tablero y del centro de gravedad de las palancas, por *P* y *p* los pesos de aquél y de éstas y por $\alpha$ y $\beta$ los ángulos que la dirección de las cadenas de maniobra forma con las palancas y éstas con la vertical de *b*, tendremos:

$$\operatorname{sen}\alpha\,(P\,d + p\,d') = F \times l \operatorname{sen}\beta$$

$$F = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{l \operatorname{sen}\beta}(P\,d + p\,d')$$

fórmula en la que se vé, que para disminuir el valor de *F* convendrá disminuir $\alpha$ y aumentar *l* y $\beta$, lo que equivale á situar las palancas lo más próximas posible á la vertical y aumentar su longitud en la parte superior al tablero cuanto se estime conveniente.

**41. Análisis del sistema.**—Por la descripción anterior se concibe que este puente necesita un esfuerzo relativamente considerable, á poco que sea su peso, para iniciar el movimiento; este inconveniente es bastante grave para hacer que su empleo sea inadmisible, á menos de circunstancias particulares: tal sucederá en las obras de carácter improvisado, para las que esta disposición se halla indicada, por la circunstancia de poderse construir con facilidad y sencillez, aun con obreros poco prácticos y materiales del momento. A los inconvenientes indicados se agregan en las obras permanentes, los de la imposibilidad de su empleo en fosos de agua, así como el de que las flechas se hallan muy expuestas á los fuegos enemigos.

**42. 2.° sistema Emy.—Descripción y maniobras.**—(1) Mr. Emy ha propuesto para las grandes luces otro sistema de puentes, en el que el eje de muñones, que coincide con el centro de gravedad del tablero, se halla montado en la extremidad del brazo menor de una palanca, cuyo eje de giro va fijo en la parte superior del muro de escarpa, actuando en la extremidad del brazo mayor por medio de cadenas se levanta el eje de giro del tablero que se desprende de su alojamiento, y como el puente está equilibrado, es fácil hacerlo girar al rededor de dicho eje, abatiéndolo del lado del foso. Esta disposición, aunque por las dimensiones de la palanca permite levantar más fácilmente el tablero que la anterior, presenta inconvenientes análogos á los allí vistos, siendo su uso menos recomendable por no reunir las mismas facilidades de establecimiento.

**43. Puente Ardagh.—Descripción y maniobras.**—Otro tipo de puente de muñones movibles es el propuesto modernamente por el teniente de Ingenieros ingleses Ardagh (2). El principal objeto que con él se propuso su autor fué el de salvar luces dobles de las adoptadas ordinariamente en los puentes

---

(1) Se construyó por primera vez este puente en el fuerte Santa Elena, frente á la Alhambra de Granada.

(2) *Professionals papers of Corps Royal Engineering.*—Tomo XX, 2.ª serie.

levadizos por juzgar estas insuficientes, sin emplear contrapesos que habrían de ser considerables tratándose de un sistema ordinario, en cuanto las dimensiones de la parte móvil excediera de las que hemos indicado (§ 4).

Hállase constituído el tablero (figs. 41 y 42) por dos vigas de hierro en forma de sólido de igual resistencia, convenientemente arriostradas y sobre las que descansan directamente los tablones que constituyen el piso, pudiendo sin inconveniente aumentarse el número de vigas, si la resistencia del puente lo exigiera: consolas convenientemente dispuestas permiten aumentar la anchura del tablero. Las vigas citadas quedan sostenidas en un punto *A* retrasado con respecto al centro de gravedad, por medio de unas varillas unidas á la escarpa, articuladas en *A* y *B*: la pieza de talón es un eje que atraviesa las vigas y lleva en su punto medio y en los dos extremos, exteriormente á ellas, tres rodillos cuyas gargantas ajustan en otros tantos carriles de forma curva, fijos en la parte inferior de la escarpa, de tal modo que los referidos rodillos describen la curva de aquéllas al levantarse el puente, en tanto que el punto *A* engendra un arco de círculo y el centro de gravedad *G* recorre una horizontal: al quedar vertical el puente, debe serlo también la varilla *B A*, lo que determina su longitud, que será igual á la altura sobre el tablero de su punto de sujeción á la escarpa, mas lo distancia entre el centro de gravedad *G* y la articulación *A*.

La maniobra se realiza tirando de las varillas *C D*, *C′ D′* del pasamanos, articuladas en *D* y *D′* y guiadas en su movimiento por los anillos *C* y *C′* situados en el mismo plano que las articulaciones *D* y *D′*, de tal modo, que al quedar el puente vertical la pieza *G D* ocupa la posición *d C″*: la parte móvil del pasamanos va unida á la correspondiente al puente fijo por medio de pasadores. Como operación preliminar de la maniobra, se hace necesario descorrer unas cerrojos establecidos en *d* que sujetan la extremidad posterior del puente cuando se halla horizontal (1).

---

(1) El mismo tipo de puente descrito lo propone su autor para los canales y obras análogas; en tal caso lo divide en dos mitades maniobrables cada una desde una orilla por medio de cadenas.

**44. Equilibrio.**—La cuestión en este puente, está reducida á determinar la forma de la curva $d\ Y'$ de tal modo, que el centro de gravedad del tablero se halle en todas sus posiciones sobre la horizontal $d\ G$, lo cual basta, según sabemos por mecánica pura, para asegurar el equilibrio indiferente del sistema. Representemos al efecto (fig. 43) por $a$ la distancia $O\ A$, $g$ la $A\ G$, $c$ la $G\ C$, $r$ la $A\ B$, $h$ la $B\ d$ y $\Omega$ el ángulo variable del tablero con la horizontal: suponiendo una posición cualquiera de éste, tendríamos para valores de $x$ é $y$ coordenadas del punto $C$ con respecto á los ejes horizontal y vertical que se cruzan en $d$,

$$x=(g+c)\cos\Omega+\sqrt{r^2-(h+g\,\text{sen}\,\Omega)^2}$$

$$y=c\,\text{sen}\,\Omega$$

sustituyendo en la primera expresión en lugar de *sen* $\Omega$ y *cos* $\Omega$ sus valores deducidos de la segunda resultará para ecuación de la curva descrita por $C$,

$$x=(g+c)\sqrt{1-\frac{y^2}{c^2}}+\sqrt{r^2-\left((h+\frac{g\,y}{c}\right)^2};$$

de un modo análogo, procederemos para hallar la ecuación de la curva descrita por $O$, cuyas coordenadas designaremos por $x'$ *e* $y'$, obteniéndose sucesivamente

$$y'=-(a+g)\,\text{sen}\,\Omega,\quad x'=-a\cos\Omega+\sqrt{r^2-(h+g\,\text{sen}\,\Omega)^2}$$

$$x'=-a\sqrt{1-\left(\frac{y'}{a+g}\right)^2}+\sqrt{r^2-\left(h-g\,\frac{y'}{a+g}\right)^2}$$

Los valores así obtenidos para $x$ y $x'$ son de forma complicada, por lo que en el caso general será preferible recurrir al método gráfico que luego indicaremos. El cálculo analítico se simplifica mucho cuando, como ha de ocurrir frecuentemente, el centro de gravedad del tablero ocupe su punto medio y la extremidad $C$ se confunda en la posición vertical con $B$; se tendrá entonces:

$$a+g=c,\quad c=h,\quad g+c=r=\sqrt{a^2+h^2}=\sqrt{a^2+c^2}$$

de donde

$$(c-g)^2 = a^2 = (c+g)^2 - c^2$$

y reduciendo

$$c^2 = 4\,c\,g, \quad c = 4\,g$$

con lo que obtendremos:

$$a = 3\,g, \quad r = 5\,g, \quad \text{y} \quad g : a : c = h : r :: 1 : 3 : 4 : 5$$

proporción que nos marca la que debe existir entre las distintas partes del tablero.

Sustituyendo estos valores en $x$ y $x'$ se obtendrán las fórmulas más sencillas:

$$x = g + \sqrt{16\,g^2 - y^2} + \sqrt{9\,g^2 - 2\,g\,y + \frac{y^2}{16}}$$

$$x' = -\frac{3}{4}\sqrt{16\,g^2 - y'^2} + \sqrt{9\,g^2 + 2\,g\,y' - \frac{y'^2}{16}}$$

de las cuales la segunda es la única que realmente nos interesa por ser la que servirá para el trazado de la curva de los carriles.

En sustitución del procedimiento analítico expuesto puede recurrirse á un método gráfico para la determinación por puntos de la curva deseada. Para ello, una vez asignados los valores de $g$, $a$, $c$ etc., se describirá desde $B$ un arco de círculo, limitado por la vertical $B\,d$ y la posición de $A\,B$, y se dividirá en el número de partes iguales que se juzguen necesarias; desde cada uno de los puntos de división se describirá un arco de círculo con radio igual á $g$; uniendo su intersección con la horizontal $d\,G$ al punto de división escogido, y tomando á partir de este una longitud igual á $a$, sobre la recta así determinada se obtendrá uno de los puntos de la curva buscada. Como comprobación de la exactitud del trazado, y para ayudar al mismo, puede observarse que debiendo estar en equilibrio la tensión de $A\,B$, el peso del puente aplicado en $G$ y la reacción en $O$, la línea que una este punto con el de intersección de la vertical trazada por el centro

de gravedad y la prolongación de *A B* debe ser normal á la curva buscada.

Puede aun sustituírse este procedimiento por otro que permite un trazado contínuo de la curva, construyendo un pequeño aparato por medio de listones que constituya la representación en esqueleto de las diversas partes del puente (fig. 44); mientras que el punto *G* que corresponde al centro de gravedad recorre la ranura horizontal practicada en una regla, un lapiz dispuesto en la extremidad *O* describe la curva deseada; articulaciones convenientemente establecidas proporcionan el juego necesario á las piezas que se unen en *A* y *B*.

**45. Análisis del sistema.**—Las innegables ventajas de sencillez de mecanismo, carencia de contrapesos y facilidad de emplear luces superiores á las ordinarias quedan contrabalanceadas en la disposición explicada por los siguientes defectos:

1.° La escarpa queda debilitada por la existencia de las curvas y éstas se hallan poco resguardadas de toda clase de influencias exteriores.

2.° Un descuido en la operación de correr los cerrojos que sujetan el puente en *d* puede ocasionar graves accidentes.

3.° En los fosos de agua es inaplicable la disposición descrita.

4.° La rigidez de la unión entre el puente y el muro de escarpa hará que se trasmitan á éste con mucha energía las vibraciones producidas por el paso de carruajes, ocasionándose en las mamposterías dislocaciones cuyo menor defecto puede ser el alterar las condiciones para las que fué calculado el puente.

**46. Puente Ardagh de curvas superiores.—Descripción y maniobra.**—Indudablemente, con el objeto de subsanar alguno de los inconvenientes indicados se ha propuesto una variante del sistema que hemos descrito, representado en la figura 45 (1). Como puede apreciarse fácilmente, la diferencia con el caso anterior estriba en que la extremidad posterior del puente, en vez de recorrer una curva fija en la parte interior de la escarpa,

(1) *Professionals Papers of Corps Royal Engineering*. Tomo XXI, segunda serie.

está sujeta á elevarse siguiendo el contorno de unos carriles de forma conveniente sujetos á los muros laterales de la bóveda de paso; la extremidad anterior, unida á unas cadenas como la figura representa, describe un arco de círculo y por la combinación de ambos movimientos el centro de gravedad recorre una horizontal.

El movimiento del puente se produce haciendo tracción en el centro de gravedad por medio de dos barras horizontales de hierro, una á cada lado del puente; el esfuerzo de tracción se trasmite á ellas por la combinación de piñones y cremallera que la figura representa. Una robusta clavija que atraviesa las barras dichas detiene el puente cuando llega á la posición vertical.

La determinación de la curva *A K*, puede hacerse por un método gráfico análogo al explicado anteriormente y como él fundado en la permanencia sobre una horizontal del centro de gravedad en una posición cualquiera del sistema. La recta que une el punto de intersección de la vertical que pasa por el centro de gravedad con la cadena y el de contacto de la extremidad posterior del tablero con los carriles debe ser normal á la curva de los mismos.

Analíticamente también es muy facil determinar la ecuación de esta curva, y vamos á hacerlo para el caso sencillo de hallarse el centro de gravedad del tablero á la mitad de su longitud, caso que por lo demás ha de ser también el más frecuente. Representando (fig. 46) por $\Omega$ y $\alpha$ los ángulos variables de *A C* con la horizontal y *B C* con la vertical y por *a*, *h* y *r* las magnitudes *A C*, *A B* y *B C*, tendremos:

En la posición horizontal $r^2 = a^2 + h^2$

en la posición vertical $r - \frac{a}{2} = h$

y de ambas deducimos:

$$h = \frac{3}{4}a, r = \frac{5}{4}a, r : a : h :: 5 : 4 : 3.$$

que nos determinan las dimensiones de las diversas partes del sistema.

Para hallar la ecuación de la curva, tomando $A$ como origen de coordenadas, podremos establecer:

$$r \operatorname{sen} \alpha = a \cos \Omega - x_{,,} \quad y = \frac{a}{2} \operatorname{sen} \Omega.$$

Si observamos que la elevación de $d$ es igual al descenso de $b$, llegaremos á la siguiente expresión del valor de $y$:

$$y = r \cos \alpha - h.$$

De estas dos últimas expresiones deducimos los valores de *sen* $\Omega$ y *cos* $\alpha$ que, sustituídos en la anterior, nos hacen obtener para ecuación de la curva

$$x = \sqrt{a^2 - 4y^2} - \sqrt{r^2 - h^2 - 2hy}$$

**47. Análisis del sistema.**—La disposición descrita presenta las mismas ventajas que el sistema Adagh, hallándose eliminados algunos de sus inconvenientes; las curvas se hallan más resguardadas, y una reparación en las mismas es más fácil, pues puede efectuarse aun hallándose el puente levantado. En cambio, las cadenas y su punto de amarre quedan completamente al exterior cuando el puente se halla vertical, lo que puede ser un inconveniente en determinadas circunstancias. El abatirse la extremidad anterior del tablero en vez de elevarse, presenta la ventaja de poder dejarlo horizontal hasta el último momento, ya que aunque se sitúe sobre él el enemigo, no impedirá la maniobra; queda, sin embargo, el defecto de poderse ocasionar accidentes por un descuido en correr los cerrojos, como vimos en los puentes que al igual de éste basculan del lado del foso. Tampoco se puede aplicar esta disposición en fosos de agua. La maniobra adolece de los defectos de todos los que exigen el empleo de engranajes, si bien el esfuerzo se halla aplicado en las mejores condiciones para la seguridad de aquélla.

En resumen; este sistema alcanzará su mejor aplicación en entradas de no mucha importancia, para los que un puente de

báscula en prolongación del tablero no permitiera salvar una luz suficiente.

**48.** Dentro del sistema de muñones movibles se han propuesto otras muchas disposiciones, como por ejemplo la del *puente de cicloides*, en que el tablero se halla montado sobre el eje de dos ruedas, de tal modo que las dos partes en que dicho eje divide á aquél, se hagan equilibrio y que las ruedas, al rodar sobre carriles convenientemente dispuestos, impriman al puente un doble movimiento de rotación y de traslación, alojándose la parte posterior del mismo en una cavidad practicada en el paso. La maniobra puede efectuarse, bien por medio de palancas que actuando sobre la extremidad posterior del puente hagan avanzar las ruedas, bien por un sistema de engranajes y cadenas sin fin convenientemente dispuesto: el primer procedimiento es muy defectuoso, sobre todo cuando el equilibrio deja algo que desear, y el segundo muy lento y expuesto á accidentes y deterioros. En uno y otro caso este sistema reune además todos los inconvenientes de los primitivos puentes de báscula inferior.

También merece citarse la disposición del capitán E. Beaulieu, en la que el eje de giro, situado á la mitad del tablero, vá montado sobre la extremidad de unas flechas cuyo eje de rotación se halla en el borde del muro de escarpa, moviéndose la otra extremidad, cargada de contrapesos que equilibran el tablero, en una cavidad practicada detrás de aquél. Durante la maniobra, que se efectúa tirando de cadenas unidas á la pieza de talón y que pasan por poleas fijas á la parte superior de la entrada, aquélla resbala por medio de unos rodillos sujetos á sus extremidades sobre carriles fijos verticalmente á la parte superior del muro de escarpa.

Esta disposición, aunque bien entendida é ingeniosa, deja que desear á causa de la dificultad de hacer coincidir exactamente los centros de gravedad del tablero y flechas con los ejes de rotación, y en caso de un desarreglo cualquiera en esta coincidencia, la maniobra del puente puede resultar, no sólo difícil, sino también peligrosa. Además, los carriles que guían el movimien-

to están expuestos á los fuegos, y una rotura en cualquiera de ellos inutilizaría el puente; la maniobra de bajar el mismo es incómoda y difícil; la cavidad de alojamiento de las flechas debilita el muro de escarpa, y, finalmente, las reparaciones no serían sencillas ni fáciles en tiempo de guerra.

# CAPÍTULO IV

**Determinación de la tensión variable de las cadenas de suspensión en un puente levadizo.**

**49. Cálculo de la tensión teórica.**—Fuera de los puentes de báscula y algún otro tipo especial (1), en los levadizos de distintos sistemas que hemos de estudiar, el tablero se halla suspendido en sus diversas posiciones de dos cadenas unidas á las extremidades del cabezal, cada una de las cuales, pasando por una ó dos poleas, establecidas en la parte superior de la bóveda de entrada, reciben la acción variable del contrapeso de tal modo que la tensión determinada por aquél sea igual y opuesta á la que en las distintas posiciones del tablero produce el peso del mismo, consiguiéndose de este modo el equilibrio indiferente deseado.

Es evidente, en su consecuencia, que el conocimiento de la variación de tensión de las cadenas puede obtenerse independientemente del mecanismo equilibrador, para cuyo cálculo es por otra parte indispensable por efecto de la igualdad que hemos indicado; lógicamente, su estudio debe preceder al de los diversos sistemas de puentes y constituirá la base del cálculo de cada uno de ellos.

Conforme con lo ya dicho, siendo idénticas las dos mitades del puente, bastará considerar una sola de las cadenas, suponiéndola solicitada por la mitad $P$ del peso del tablero aplicado en la proyección del centro de gravedad sobre el plano vertical que pasa por aquélla, plano que es de la figura.

---

(1) Puente Delille.

En lo sucesivo, adoptaremos las notaciones siguientes: (figura 47).

$a = O\,A$ = distancia del eje de giro al punto de enganche de las cadenas;

$b = O\,B$ = distancia del eje de giro al punto $B$ de tangencia de las cadenas con las poleas;

$d = O\,G$ distancia del eje de giro al centro de gravedad del tablero;

$t$ = tensión variable de las cadenas;

$l$ = longitud exterior variable de las mismas;

$\gamma$ = ángulo de la vertical que pasa por la proyección $O$ del eje de giro con la línea $O\,B$;

$\alpha$ = ángulo de la linea $O\,A$ que uñe $O$ al punto de enganche de las cadenas, con la horizontal $O\,C$ proyección del plano superior del tablero;

$\beta$ = ángulo de la linea $O\,G$ que une $O$ al centro de gravedad proyectado en $G$ con la horizontal $O\,C$;

$\Omega = A\,O\,A'$ = ángulo que determina la posición de la linea $O\,A$ en un instante cualquiera del movimiento.

En realidad el punto $B$ no es uno mismo para todas las posiciones del tablero; pero si consideramos el triángulo mixtilíneo $a\,b\,c$ (fig. 48), formado por las dos posiciones extremas de las cadenas y el arco de círculo de la polea comprendido entre sus puntos de tangencia, se puede admitir sin error sensible que por el centro del pequeño círculo inscripto en este triángulo pasa la cadena en todas las posiciones del tablero y considerar fijo el punto $B$ que viene á ser así el referido centro (1).

Esto sentado, observaremos que en una posición cualquiera $O\,A$, el tablero se halla sometido á la acción de tres fuerzas, á saber: su peso $P$, la tensión $t$ de las cadenas y la reacción del eje de giro; para el equilibrio es condición indispensable sea igual á cero la suma de sus momentos, y tomando como origen de los mismos el punto $O$, se tendrá:

$$t \times O\,F' = P \times O\,G \cos(\Omega - \beta);$$

(1) *Giornale d'Artigleria é Genio 1883.—Studio teórico prático sui ponti levatoi,* ya citado.

pero

$$O\,F' = \frac{2\,\text{área}\,O\,B\,A'}{B\,A'} = \frac{O\,A' \times O\,B\,\text{sen}\,B\,O\,A'}{B\,A'} = \frac{a\,b\cos[\Omega - (\alpha + \gamma)]}{l}$$

y sustituyendo:

$$\textbf{(1)} \qquad t = \frac{P\,d\,l\cos(\Omega - \beta)}{a\,b\cos[\Omega - (\alpha + \gamma)]}$$

La fórmula **(1)** nos da el valor de $t$ en función de dos variables $l$ y $\Omega$, y como éstas se hallan relacionadas entre sí por la igualdad

$$l^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\,\text{sen}\,[\Omega - (\alpha + \gamma)]$$

podríamos expresar la tensión en cada instante en función de una sola de dichas variables; pero esta expresión resultaría en extremo complicada, y al tratar de establecer la forma ó disposición de un mecanismo equilibrador cualquiera, sirviéndonos de ella, no solo se tropezaría con grandes dificultades de cálculo, sino que el llevar á la práctica los resultados del mismo sería sumamente difícil y enojoso, mucho más contando con que la necesidad de tener en cuenta el peso propio de las cadenas contribuye también á complicar el valor de $t$.

**50. Examen de las disposiciones más convenientes en la práctica.**—Por lo dicho se comprende la necesidad de encontrar una relación sencilla entre $t$ y una de las variables que fijan la posición del tablero, deduciéndose del examen de la fórmula **(1)** que la manera más fácil de conseguirlo consiste en hacer desaparecer el factor en que entra $\Omega$ del numerador y del denominador; de este modo, el valor de $t$ será proporcional á la longitud variable $B\,A$ de cadena, ó longitud exterior de la misma, (1) permitiéndonos la sencillez de tal relación llegar de un modo

(1) La longitud $B\,A$ de la cadena no puede llevar con propiedad el nombre de exterior, sino cuando $B$ se halla en el paramento mismo del muro de entrada; sin embargo, hemos adoptado para facilidad de lenguaje esta denominación, cuyo empleo solo es exacto en el caso de existir polea de cambio.

fácil á la más conveniente disposición del mecanismo equilibrador.

Examinemos, pues, la manera de conseguir la desaparición del factor citado:

1.° $\alpha=\delta=\gamma=0$. Esto equivale á suponer el punto $B$ en la vertical de $O$, y el de aplicación del peso del tablero en el plano superior del mismo supuesto confundido con el que pasa por el eje de giro y los puntos $A$ de amarre de las cadenas. De esta hipótesis se partía para el cálculo de los primeros puentes levadizos (1) y aún cuando la primera de las condiciones dichas puede realizarse mediante una colocación conveniente de las poleas, la segunda exige el establecimiento del punto $A$ de tal modo que se confunda con el $C$, lo cual no suele suceder con la práctica, como ha podido verse en las disposiciones descritas.

2.° $\gamma=0$ „ $\alpha=\delta$. No es necesario recurrir á la condición anterior, puesto que ninguna dificultad hay en sustituirla por la que acabamos de enunciar. Se realiza, en efecto, colocando el eje de muñones en línea recta con el centro de gravedad $G$ del tablero y el punto de amarre de las cadenas y estableciendo una polea de tal modo que el punto $B$ resulte sobre la vertical de aquél (fig. 49).

Lo primero no ofrece inconveniente alguno para su realización práctica; no así lo segundo: en efecto; en general, si no se emplea otra polea que la correspondiente á $B$, no será posible colocar el mecanismo equilibrador en condiciones convenientes por su proximidad á la puerta, y aunque puede subsanarse esta dificultad colocando interiormente otra polea $M$, presenta esto en primer lugar el inconveniente de aumentar considerablemente las resistencias pasivas, pues según tendremos ocasión de ver **(128)**, las producidas en una polea son una fracción importante de las totales, circunstancia que debe tenerse en cuenta, atendiendo al valor considerable de tales resistencias en los puentes de cadenas. Además la colocación en obra de estas poleas de

---

(1) Belidor.—Science de l'ingenieur.—Memoire sur un pont de l'invention de Mr. Delille, capitaine du Génie.— *Memorial de l'officier du Génie*, núm. 3.

cambio es operación muy delicada, pues su plano medio debe coincidir muy exactamente con el de las poleas *M* y el vertical que pasa por las cadenas *A B*: de aquí la necesidad de establecer los coginetes en dirección perfectamente perpendicular al expresado plano y de adoptar disposiciones tales que permitan ligeras variaciones de posición y aún su desmontado completo para las rectificaciones y reparaciones indispensables. Conviene, por otra parte, para disminuir las resistencias pasivas, hacer estas poleas de un diámetro considerable, de donde se deduce la necesidad de vaciar las jambas de las puertas en una altura no pequeña, lo que las debilita, mucho más si se tiene en cuenta que aún cuando al exterior no se deje más que el hueco estrictamente necesario para el juego de las poleas, por el interior debe aumentarse para poder desmontarlas. Un asiento de las mamposterías basta para alterar la exactitud de las operaciones más minuciosamente efectuadas y la maniobra se ejecutará en este caso en malas condiciones y con deficiencias de equilibrio quizá muy importantes.

Estos inconvenientes se atenúan cuando se trata de un puente establecido para cortar una comunicación á cielo abierto; pues entonces podrá acaso evitarse la colocación de las poleas posteriores *M*. De no ser así, y á menos que circunstancias especialísimas impidieran la adopción del procedimiento que vamos á exponer, consideramos que no debe recurrirse á la colocación de poleas sobre la vertical del eje de giro (1).

3.° $\beta = \alpha + \gamma$. Esta condición parece á primera vista imposible de realizar por poco que el punto *B* se separe de la vertical que pasa por *O*; pero si consideramos como positivos los ángulos contados por debajo de *O C*, serán negativas las medidas sobre dicha línea, y en tal concepto, suponiendo el punto de amarre de las cadenas más elevado que el plano superior del ta-

---

(1) La mayoría de los puentes establecidos hace algunos años lo están dentro del orden de ideas que acabamos de indicar, por ser el que más generalmente han adoptado para sus cálculos los autores de diversos sistemas de puentes. En España no tenemos noticia de ninguno que se halle construído con arreglo á la proposición de Peaucellier y Wagner.

blero el ángulo $\alpha$ se convertirá en $-\alpha$ y la relación anterior será:

$$\beta = -\alpha + \gamma \text{„} \quad \text{ó} \quad \gamma = \alpha + \beta,$$

Condición fácil de realizar en todos los casos sin más que asegurar al punto *A* una posición conforme con todo lo dicho (fig. 50).

El único inconveniente que á esta solución puede presentarse es el que resulta de la dificultad de fijar sólidamente el expresado punto de amarre al tablero del puente. Pueden utilizarse para ello los guardalados, conforme se ha visto, y mediante disposiciones bien estudiadas conseguirse sin gran trabajo el fin propuesto, teniendo en cuenta que por lo general el mecanismo de un puente de cadenas no exigirá retrasar con exceso el punto *B*, ni por lo tanto elevar demasiado el *A*.

Es necesario que la pieza fija quede rigorosamente en el plano vertical de las cadenas: la tensión de estas contribuirá á la invariabilidad del punto de unión, llevándolo á dicho plano, si alguna causa accidental lo separara del mismo. (1).

---

(1) La ingeniosa solución que acabamos de explicar ha sido propuesta por primera vez en 1866 por los entonces capitanes del cuerpo francés de Ingenieros militares M. M. Peancellier y Wagner, que la dieron á conocer en un importante trabajo que con el título de *Memoire sur l'amelioration des ponts levis et des entrées des places fortes*, presentaron al Comité de las fortificaciones en la fecha expresada. En el informe de la comisión, nombrada por aquél para acordar la recompensa á que se habían hecho acreedores los citados oficiales, se consigna que la necesidad de elevar el punto de unión de las cadenas al tablero sobre el nivel de este puede no estar exenta siempre de inconvenientes, aunque sin especificar cuales sean estos ni insistir más sobre el particular. M. Percin en un estudio sobre el puente levadizo sistema Dévese manifiesta que la dificultad para realizar en la práctica la solución propuesta por Peancellier y Wagner es la que en el texto indicamos. En nuestro concepto tal dificultad puede subsanarse fácilmente, pues nada impide reforzar estos puntos de unión, por cuantos medios se desee, uniéndolos sólidamente al tablero, mucho más si, como parece natural, se construye aquél de hierro: los pequeños inconvenientes, á que estas disposiciones de detalle puedan dar lugar, no serán nunca comparables á las que originan las poleas de cambio sobre el eje de muñones.

**51. Influencia del peso y flexibilidad de las cadenas.**—En cuanto antecede hemos supuesto que la dirección de las cadenas sea rigorosamente la de una línea recta que uniera una posición cualquiera del punto $A$ con el $B$, determinado como se ha dicho, y no se ha considerado la influencia que su peso propio ejerce modificando el valor de la tensión debida al peso del tablero; estas circunstancias al presentarse en la práctica modifican la dirección y magnitud de la tensión teórica supuesta en cantidad no despreciable, puesto que no teniéndolas en cuenta pueden cometerse errores de 40 kilógramos ó más en cada una de las cadenas. Hácese necesario, por consiguiente, introducir en el valor de $t$ nuevos términos dependientes de la existencia de las dos circunstancias arriba expresadas; pero como tampoco podemos complicar mucho la expresión de aquella cantidad, sopena de dificultar extraordinariamente los cálculos de un puente cualquiera, será forzoso recurrir á métodos lo suficiente aproximados para las necesidades de la práctica y bastante sencillos para el objeto expresado.

Supongamos (fig. 51) que sea $A\ B$ la dirección teórica supuesta á la cadena y $A\ D\ B$ la curva que adopta ésta á consecuencia de su peso; la dirección verdadera de la tensión en $A$ será la de la tangente $A\ I$, y debiendo esto mantener en equilibrio al tablero, su momento con respecto á $O$ debe ser igual al de la tensión teórica $t$ que hemos calculado: en su consecuencia, estas dos fuerzas estarán en razón de las perpendiculares á ellas bajadas desde $O$, ó lo que es lo mismo, de los senos de los ángulos que $A\ B$ y $A\ I$ forman con $O\ A$. Designando por $\theta$ y $\delta$ los ángulos $B\ A\ O$ y $B\ A\ I$ respectivamente y por $t'$ el valor de la tensión según $A\ I$, se tendrá:

$$\frac{t}{t'} = \frac{\operatorname{sen}(\theta - \delta)}{\operatorname{sen}\theta} = \cos\delta - \operatorname{sen}\delta \operatorname{cotg}\theta;$$

pero el arco $A\ B$ es muy tendido y $\delta$ bastante pequeño para que sin grande error pueda sustituirse la expresión anterior por

$$(2) \qquad \frac{t}{t'} = 1 - \delta \operatorname{cotg}\theta.$$

Para determinar $\delta$ observaremos que, por la misma razón apuntada, puede considerarse $A\,D\,B$ como un arco de círculo, y por tanto, si le trazamos en $B$ la tangente $B\,I$ y la paralela $B\,H$ á la $A\,I$, tendremos:

$$\delta = \text{I A B} = \text{I B A} = \frac{1}{2}\,\text{I B H}.$$

Pero siendo $B\,I$ la dirección de la tensión $t''$ en $B$ y estando ésta en equilibrio con la $t'$ en $A$ y el peso de la longitud $A\,D\,B$ de cadena aplicado en su punto medio $D$, las tangentes $A\,I$ é $I\,B$ concurrirán en un mismo punto de la vertical $D\,I$, y en el triángulo $B\,I\,H$ se tendrá la proporción:

$$\frac{\text{sen I B H}}{\text{sen B I H}} = \frac{\text{p l}}{t'},$$

representando por $l$ la longitud $A\,D\,B$, y por $p$ su peso por unidad lineal.

Pero como el ángulo $I\,B\,A$ es muy pequeño, lo mismo que su igual $I\,A\,B$, se puede sustituir seno de $B\,I\,H$ por seno de $I\,M\,A$ y, designando este ángulo por $\mu$, se tendrá en definitiva:

$$2\,\delta = \frac{\text{p l}}{t'}\,\text{sen}\,\mu\ ;$$

y sustituyendo en **(2)**:

$$\frac{t}{t'} = 1 - \text{p l sen}\,\mu\,\text{cotg}\,\theta;$$

$$\textbf{(3)} \qquad t' = t + \frac{1}{2}\,\text{p l sen}\,\mu\,\text{cotg}\,\theta.$$

lo cual hace ver que la variación que en el valor de la tensión teórica en $A$ produce la flexibilidad de las cadenas viene representada por el peso de una longitud de la misma igual á

$$\frac{1}{2}\,\text{l sen}\,\mu\,\text{cotg}\,\theta.$$

El valor de la tensión en $B$, que es el que realmente nos inte-

r sa conocer, puede ya determinarse muy facilmente, pues se sabe que una de las propiedades de la catenaria es la de que en un punto cualquiera de la misma la tensión es igual á la de otro punto inferior, aumentando en el peso de la proyección sobre la vertical de la porción de cadena comprendida entre ambos, pudiendo establecerse por lo tanto

$$\textbf{(4)} \qquad t'' = t' + p\ BN = t' + p\, l \cos\mu$$

que nos demuestra que el peso de la cadena produce un aumento en la tensión del punto más bajo equivalente al peso de una longitud de aquélla igual á la diferencia de nivel entre los puntos $A$ y $B$ (1).

Sustituyendo en (4) los valores (3) y (1), tendremos para el valor que necesitamos de $t''$

---

(1) Por un procedimiento distinto, que consiste en considerar la cadena como una barra rígida apoyada en dos puntos, el General Poncelet obtuvo el mismo resultado. En efecto, la forma del segundo término de la expresión (5) es, según el mismo *(Memorial de l'Officier du Genie*, núm. 5, 1822.)

$$\left(\frac{1}{2} l \cdot \frac{l}{BP} + \frac{1}{2} l \cos\mu\right) p$$

Si sustituimos $\frac{l}{BP}$ por su igual $\frac{\operatorname{sen}(\theta+\mu)}{\operatorname{sen}\theta}$, dado por el triángulo A B P, y desarrollamos sen $(\theta + \mu)$ se obtendrá

$$\left(\frac{1}{2} l \cdot \frac{l}{BP} + \frac{1}{2} l \cos\mu\right) p = \left(\frac{1}{2} l \frac{\operatorname{sen}\theta\cos\mu + \cos\theta\operatorname{sen}\mu}{\operatorname{sen}\theta} + \frac{1}{2} l \cos\mu\right) p =$$

$$= p\, l \left(\cos\mu + \frac{1}{2}\operatorname{sen}\mu \operatorname{cotg}\theta\right)$$

El procedimiento seguido en el texto para la determinación de $t''$, que es el seguido por los citados oficiales Pancellier y Wagner, nos parece preferible por presentar separadamente la influencia ejercida por el peso y por la flexibilidad de las cadenas.

M. H. Resal en su *Traîte de Mecanique Generale*, (Tomo 6), llega al mismo resultado por un método semejante al de Pancellier y Wagner, aunque sin pasar primeramente por el caso teórico de la cadena rectilínea.

$$t'' = \frac{P\ d\ l \cos(\Omega - \beta)}{a\ b \cos[\Omega - (\alpha + \gamma)]} + p\ l \left(\cos\mu + \frac{1}{2}\operatorname{sen}\mu \operatorname{cotg}\theta\right)$$

y con la hipótesis $\gamma = \alpha + \beta$:

$$\textbf{(5)} \qquad t'' = \frac{P\ d\ l}{a\ b} + p\ l \left(\cos\mu + \frac{1}{2}\operatorname{sen}\mu \operatorname{cotg}\theta\right)$$

De cuya expresión se deduce que el incremento total que en la tensión teórica determina la constitución física de las cadenas, viene á representar por el peso de una longitud de los mismos igual á

$$l\left(\cos\mu + \frac{1}{2}\operatorname{sen}\mu \operatorname{cotg}\theta\right)$$

Si fuera constante el factor

$$\cos\mu + \frac{1}{2}\operatorname{sen}\mu \operatorname{cotg}\theta$$

la tensión variaría proporcionalmente á la longitud exterior de la cadena, y la influencia del peso de ésta se reduciría á aumentar en una cantidad constante el valor del coeficiente encontrado para $l$ al suponer la cadena desprovista de peso y flexibilidad; pero, aunque así no ocurra, ha podido verificarse que el producto $l\,(\cos\mu + {}^1/_2\ \operatorname{sen}\mu\ \operatorname{cotg}\theta)$ es sensiblemente igual á $k\,l - k'$ siendo $k$ y $k'$ cantidades constantes que se determinarán para cada caso particular. De modo que la expresión (5) resultará:

$$t'' = l\left(\frac{P\,d}{a\,b} + k\,p\right) - k'\,p = M\,l - N$$

por la que vemos es el valor de $t''$ una función lineal de $l$, con las condiciones de sencillez bastantes para ser adaptable facilmente á los cálculos que necesitemos hacer.

Como resumen de lo expuesto, y á fin de formarnos una idea clara de los resultados obtenidos, podemos decir: que en el caso de no tomar en cuenta el peso de las cadenas ni su flexibilidad, los valores de $t$ vienen representados, tomando como abscisas los de $l$, por las ordenadas de una recta que pasa por el origen,

en tanto que, al considerar dichas circunstancias, la línea, cuyas ordenadas determinan á $t$, es también una recta, pero que no pasa por el origen, sino que corta al eje de las $Y$ á la distancia $K'\,p$ del mismo, siendo su inclinación distinta de la primera (fig. 52). Por consiguiente, la dificultad de encontrar un sistema equilibrador conveniente, está reducida á la que resulta de relacionar los valores de $l$ y los de la fuerza equilibradora, de modo tal que, tomando aquéllas por abscisas y éstos por ordenadas, resulte una línea recta que coincida con la últimamente indicada. Esta imagen gráfica permite apreciar también cómo la consideración del peso y flexibilidad de las cadenas no puede introducir diculfitad de ningún género en la resolución del problema para los diversos sistemas de puentes.

**52. Determinación de k y k'.**—La investigación de los valores de $k$ y $k'$ en cada caso particular no presenta dificultades haciendo uso de un procedimiento gráfico. Al efecto, observemos que el producto $l\,(\cos\mu + \frac{1}{2}\,sen\,\mu\,cotg\,\theta)$ puede obtenerse por la sencilla construcción siguiente (fig. 53): bájese desde el punto medio $C$ de la línea $A\,B$ una perpendicular sobre la dirección $O\,A$ hasta su encuentro en $E$ con la trazada por $A$ á la dirección $A\,B$; la distancia entre $E$ y la horizontal que pasa por $B$, punto medio de contacto de poleas y cadenas, representa el valor deseado.

Las siguientes relaciones demuestran lo que acabamos de explicar:

$$E\,D = E\,H + H\,D, \quad H\,D = A\,B \operatorname{sen} A\,B\,D = l \cos \mu,$$

$$E\,H = A\,E \operatorname{sen} H\,A\,E = A\,E \operatorname{sen} \mu,$$

$$A\,E = A\,C \operatorname{cotg} C\,E\,A = \frac{1}{2}\,l \operatorname{cotg} \theta,$$

$$E\,H = \frac{1}{2}\,l \operatorname{sen} \mu \operatorname{cotg} \theta,$$

$$E\,D = l\cos\mu + \frac{1}{2}\,l\,\text{sen}\,\mu\,\text{cotg}\,\theta\,.\ (1)$$

Empleando este procedimiento se puede construir una curva, cuyas abscisas sean los valores de $l$ y las ordenadas las del producto $l\,(cos\,\mu + \frac{1}{2}\,sen\,\mu\,cotg\,\theta)$; esta curva, de acuerdo con lo anteriormente dicho, se separa muy poco de una recta media entre todos sus puntos: trazándola, la distancia al origen de su punto de intersección con el eje de las $Y$ mide el valor de $k'$, y la ordenada del punto de abscisa unidad representará el de $k - k'$, del cual se deducirá el de $k$. Procediendo de este modo, el error que se comete en los diversos casos de la práctica, al sustituir la línea curva por la recta, no excede de cinco ó seis kilógramos para una cadena de siete kilógramos de peso por metro lineal.

La tabla que insertaremos á continuación permitirá conocer los valores de $k$ y $k'$ en los distintos casos de la práctica, sin necesidad de recurrir á la construcción explicada. Se tomará como dato en la primera columna el valor de la relación $\frac{b}{a}$, en la segunda el de la tangente del ángulo $\gamma$ y en la tercera y cuarta se obtendrán los de $k$ y $k'$: los valores $E$ de la quinta columna, multiplicados por $p$, expresan el error máximo que se comete en la tensión de la cadena al reemplazar la expresión $p\,l\,(cos\,\mu + \frac{1}{2}\,sen\,\mu\,cotg\,\theta)$ por su valor aproximado $p\,(k\,l\,k')$, error que se presenta por defecto al principio y al fin de la maniobra y por exceso al medio de la misma (2).

---

(1) En algunos casos, para porciones limitadas de cadena, como son las comprendidas entre la polea de cambio y la interior, consideraremos sólo la influencia de su peso que se traduce, según lo dicho en un aumento de tensión igual al peso de su proyección sobre la vertical, lo mismo puede hacerse cuando se trata de puentes pequeños en que la longitud de la cadena exterior es reducida: el error es pequeño en ambos casos.

(2) La tabla que sigue ha sido calculada por M. M. Peancellier y Wagner, sirviéndose del citado procedimiento gráfico. Puede emplearse también uno analítico; pero es mucho menos expedito, y la exactitud obtenida con aquél es suficiente. (H. Resal.—Obra citada).

| DATOS RELATIVOS Á | | VALORES CORRESPONDIENTES DE | | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{b}{a}$ | tang $\gamma$ | k | k′ | E |
| 1,00 | 0,00 | 1,59 | — 0,40 a | ± 0,40 a |
| | 0,10 | 1,47 | — 0,40 a | ± 0,40 a |
| | 0,20 | 1,35 | — 0,40 a | ± 0,40 a |
| | 0,30 | 1,22 | — 0,41 a | ± 0,41 a |
| 1,10 | 0,00 | 1,59 | — 0,45 a | ± 0,34 a |
| | 0,10 | 1,50 | — 0,47 a | ± 0,35 a |
| | 0,20 | 1,42 | — 0,49 a | ± 0,36 a |
| | 0,30 | 1,33 | — 0,51 a | ± 0,37 a |
| 1,20 | 0,00 | 1,59 | — 0,52 a | ± 0,30 a |
| | 0,10 | 1,53 | — 0,55 a | ± 0,31 a |
| | 0,20 | 1,48 | — 0,58 a | ± 0,32 a |
| | 0,30 | 1,42 | — 0,61 a | ± 0,33 a |
| 1,30 | 0,00 | 1,60 | — 0,60 a | ± 0,30 a |
| | 0,10 | 1,57 | — 0,64 a | ± 0,30 a |
| | 0,20 | 1,53 | — 0,68 a | ± 0,30 a |
| | 0,30 | 1,50 | — 0,72 a | ± 0,29 a |

**53. Influencia de una variación en la situación del centro de gravedad.**— Hasta aquí hemos supuesto que la condición $\gamma = \alpha + \beta$ se verificaba rigurosamente; pero en la

práctica el centro de gravedad puede experimentar ligeras variaciones de posición que alterarán el equilibrio, ó bien no ocupar desde un principio con toda exactitud la posición deseada. Para subsanar este inconveniente, es forzoso, en cualquier sistema de puente que se establezca, recurrir á procedimientos de rectificación de la maniobra que atenúen ó hagan desaparecer el efecto citado.

A fin de darnos cuenta de la marcha general que en estas rectificaciones se debe seguir, vamos á tratar de apreciar la verdadera influencia del error indicado.

La tensión de las cadenas viene dada en el caso general por la fórmula

$$t'' = \frac{P\ d\ l \cos(\Omega - \beta)}{a\ b\ \cos[\Omega - (\gamma - \alpha)]} + p\ l\ (\cos\mu + \frac{1}{2}\operatorname{sen}\mu\ \operatorname{cotg}\theta)$$

suponiendo el punto de amarre más elevado que el tablero, lo que determina el signo de $\alpha$, según se ha dicho. Para determinar la variación de este valor cuando se altera el de $\alpha + \beta$, vamos á exponer la expresión anterior en función de dicho ángulo, sustituyendo al efecto $\Omega$ por su igual $\Omega' - \alpha$, designando por $\Omega'$ el ángulo variable de $O\,A'$ con la horizontal (fig. 50). Así tendremos:

$$t'' = \frac{P\ d\ l \cos[\Omega' - (\alpha + \beta)]}{a\ b\ \cos(\Omega' - \gamma)} + p\ l\ (\cos\mu + \frac{1}{2}\operatorname{sen}\mu\ \operatorname{cotg}\theta).$$

Si suponemos ahora que el ángulo $\alpha + \beta$ se convierte en $\alpha + \beta + \delta$, la variación $V$ de $t''$ será:

$$(6)\ V = \frac{P\ d\ l\ \cos[\Omega' - (\alpha + \beta + \delta)]}{a\ b\ \cos(\Omega' - \gamma)} - \frac{P\ d\ l\ \cos[\Omega' - (\alpha + \beta)]}{a\ b\ \cos(\Omega' - \gamma)} =$$

$$= \frac{P\ d\ l}{a\ b}\left(\frac{\cos\ (\Omega' - (\alpha+\beta))\cos\delta + \operatorname{sen}\ (\Omega' - (\alpha+\beta))\operatorname{sen}\ \delta}{\cos\ (\Omega' - \gamma)} - 1\right)$$

$$= \frac{P\ d\ l}{a\ b}\Big(\cos\delta + \operatorname{tg}\,[\Omega' - (\alpha + \beta)]\operatorname{sen}\delta - 1\Big),$$

puesto que $\gamma = \alpha + \beta$; y como $\delta$ ha de ser siempre muy pequeño

se puede sin error sensible considerar su coseno igual á 1, con lo que la expresión (6) se convertirá en:

$$(7)\quad V = P\,\frac{d\,l}{a\,b}\,\mathrm{tg}\,[\Omega' - (\alpha+\beta)]\,\mathrm{sen}\,\delta.$$

Este valor de $V$ es proporcional á la longitud exterior de la cadena y á tang $[\Omega' - (\alpha+\beta)]$; no puede llegar nunca á ser muy considerable atendiendo á que esta última cantidad es un máximo cuando $l$ es un mínimo. Así por ejemplo en un puente de las dimensiones del propuesto en el § 130 una variación de $0,^{m}02$ sobre la vertical en la posición del centro de gravedad dá para exceso de tensión en cada una de las cadenas unos 9 kilógramos, que con la adopción de ruedas de maniobra de radio doble del de las poleas donde se arrollan las cadenas, queda reducida á 4 y 5 décimas de kilógramo, cantidad realmente despreciable.

Pero hay todavía otra causa que no solo aminora más aún el exceso de tensión expresada, sino que contribuye á que pueda ser ventajoso que $\alpha + \beta$ sea ligeramente superior á $\gamma$ lo que se conseguirá levantando unos centímetros el punto de amarre de las cadenas: esta causa es el error que se comete al sustituír $\cos.\,\mu + \frac{1}{2}\,sen.\,\mu\,cotg\,\theta$ por $k\,l - k'$ en la fórmula que dá el valor de la tensión; este error se presenta por defecto al principio y fin de la maniobra, según indica la tabla de los valores de $k$ y $k'$, precisamente cuando el que se origina por el aumento de $\alpha + \beta$ tiene lugar por exceso, y, por tanto, uno y otro se compensarán en parte.

Dedúcese de lo expuesto que no hay que preocuparse de que se cumpla rigorosamente la condición $\gamma = \alpha + \beta$, sino que convendrá que el segundo miembro de esta igualdad sea ligeramente superior al primero.

Si se construye una curva cuyas abscisas sean iguales á $l$ siendo las ordenadas los valores de $l$ tag $[\Omega' - (\alpha+\beta)]$ se reconoce que aquella puede reemplazarse por una recta, cuya ecuación será $m\,l + n$, sin grande error. El valor (7) de $V$ se convertirá en:

$$V = \frac{P\,d}{a\,b}\, m\, l + \mu \operatorname{sen} \delta,$$

que se compone de una cantidad constante y otra proporcional á *l*. Así pues, los medios empleados para rectificar el equilibrio de un puente deberán ser de dos clases: unos independientes de la posición del tablero, es decir, que ejerzan acción constante durante toda la maniobra, y otros que varían con la posición del mismo proporcionalmente á la longitud de cadena exterior, circunstancia muy importante que conviene tener en cuenta tanto al poner en obra un puente nuevo, como al reparar los ya construídos. (1)

(1) En los puentes antiguos las condiciones que se satisfacen generalmente son $\gamma = 0$ y $\alpha = \beta$; pero, procediendo como en el caso que hemos estudiado, es fácil convencerse de que se obtienen resultados y consecuencias análogas.

# CAPÍTULO V

## PUENTES CUYOS CONTRAPESOS RUEDAN SOBRE CURVAS.

**54. Puente de Belidor.—Descripción y maniobra.**— Compónese este puente (fig. 54, lám. VI), de un tablero ligado por medio de las cadenas *a b* á contrapesos cilíndricos obligados á moverse sobre curvas convenientemente calculadas para asegurar el equilibrio en todas las posiciones del sistema.

La maniobra se efectuaba primitivamente por medio de cadenas fijas al cabezal del puente, una á cada lado del paso, que pasando por poleas de cambio, distintas de las correspondientes á las cadenas de los contrapesos, quedaban suspendidas en el interior de aquél. Para asegurar más la solidaridad de movimientos de los contrapesos, evitando los alabeamientos del tablero, M. Délille propuso unirlos ambos por medio de una barra transversal, solidaria con ellos de tal modo que no puedan girar al rededor del eje de la misma, y sobre la cual van montadas á derecha é izquierda del paso dos grandes ruedas de maniobra provistas de cadenas sin fin, sobre las que se ejerce el esfuerzo motor. Esta disposición parece ser la más conveniente, pues aún cuando se ha propuesto también el empleo de sectores dentados fijos al tablero que engranen con piñones provistos de manivelas, tal mecanismo, como todos los de engranajes, está sujeto á deterioros frecuentes á causa de las sacudidas ocasionadas por el tránsito de carruajes pesados.

**55. Equilibrios.**—Sean (fig. 55) *O C* el tablero del puente, *B* la polea superior y *Q* el contrapeso en su posición inicial. Es evidente que, si el sistema está en equilibrio en dicha posición la tensión que sufre la cadena *A B* tiene que ser igual á la que

en la porción $B\ Q$ produce el contrapeso; al levantar el puente la tensión de $A\ B$ va disminuyendo, y si $Q$ descendiera verticalmente, es claro que el movimiento se aceleraría; para evitarlo precisa hacer variar la tensión de la cadena interior de manera que permanezca siempre igual á la de la exterior, y esto se consigue haciendo que el contrapeso, en vez de descender libremente, se apoye sobre una superficie inclinada, á fin de que se origine en ella una reacción que, compuesta con el peso $Q$, dé lugar á una tensión como la que deseamos sobre la porción de cadena interior. Como tal tensión es variable en cada momento y disminuye con la longitud de cadena exterior, se concibe que dicha superficie debe estar constituída por una serie contínua de planos inclinados, cuyos ángulos con el horizonte vayan disminuyendo á medida que el tablero se aproxime á la posición vertical.

Se podía, por tanto, expresando analíticamente cuanto acabamos de indicar, determinar la ley de variación del ángulo con el horizonte de los indicados planos y deducir después de ello la evacuación de la curva de equilibrio, teniendo también presente la invariabilidad de longitud de la cadena $A\ B\ Q$; pero este procedimiento es largo y penoso, y es preferible recurrir á la determinación de las ordenadas de la curva, en cualquiera posición del sistema, apoyándose para ello en el teorema de los trabajos verticales (1).

Al efecto, adoptando las notaciones ya empleadas, designemos además por $x$ é $y$, $x'$ é $y'$ las coordenadas de los centros de gravedad del contrapeso y del punto $A$ de amarre de las cadenas del

---

(1) De ambos modos, si se quisiera tener en cuenta el peso y flexibilidad de las cadenas á uno y otro lado de $B$, se llegaría á una fórmula lo bastante complicada para que la determinación, por medio de ella, de la curva buscada fuera prácticamente imposible. Siendo nuestro objeto al estudiar este puente dar solo una idea del mismo, ya que la razón indicada y las que luego expondremos hacen su empleo inaceptable, desarrollamos el cálculo sin tener en cuenta la expresada circunstancia, que por otra parte tampoco han considerado para la determinación de la curva los autores que se han ocupado de este sistema en distintas ocasiones, á excepción de alguno que ha incurrido en nuestro concepto en un grave error al establecer la ecuación de equilibrio.

tablero con relación al sistema de ejes rectangulares $H\,O\,C$, siendo $y_0$ é $y'_0$ las ordenadas de los mismos en su posición inicial.

El peso $P$ aplicado en $G$ se descompondrá en dos fuerzas que actúan respectivamente en $A$ y $O$, y si designamos por $p$ esta última, su valor será en una posición cualquiera.

$$\textbf{(1)} \qquad p = \frac{P \,.\, d \,.\, \cos(\Omega - \beta)}{a \cos(\Omega - \alpha)}$$

Supongamos un desplazamiento infinitamente pequeño del sistema compatible con los enlaces, lo que nos dispensará de considerar el trabajo de las fuerzas interiores, y prescindiendo también del peso y flexibilidad de las cadenas, tendremos para ecuación de equilibrio:

$$Q \,.\, d\,y - p \,.\, d\,y' = 0;$$

pero

$$y' = a \operatorname{sen}(\Omega - \alpha) \quad y \quad d\,y' = \cos(\Omega - \alpha)\, d\,\Omega \,,$$

lo que nos dará

$$Q\,d\,y - P \,.\, d \,.\, \cos(\Omega - \beta)\, d\,\Omega = 0,$$

é integrando

$$Q\,y + P \,.\, d \,.\, \operatorname{sen}(\Omega - \beta) = 0, \quad \text{é} \quad y = C - \frac{P}{Q}\, d \,.\, \operatorname{sen}(\Omega - \beta)$$

El valor de la constante se determinará facilmente observando que en la posición inicial $\Omega = 0$ é $y = y_0$, y por consiguiente;

$$\textbf{(2)} \qquad y = y_0 - \frac{P}{Q}\, d\, [\operatorname{sen}(\Omega - \beta) + \operatorname{sen}\beta]$$

Para obtener por medio de esta fórmula los valores de las ordenadas de la curva, precisa calcular $Q$, que se determinará facilmente observando que, siendo vertical la cadena interior en la posición horizontal del tablero (1), el valor de $Q$ será el de la tensión de esta cadena (§ **49**) para $\Omega = 0$, es decir:

---

(1) Si la cadena no fuera vertical, se podría siempre, conocida la posición inicial de $Q$, y por consiguiente la inclinación de aquélla, asignar al

$$(3) \qquad Q = \frac{P \cdot d \cdot l_0 \cos \beta}{a\, b \cos(\alpha + \gamma)}$$

(siendo $l_0$ la longitud exterior de la misma en la referida posición inicial) cuyo valor sustituido en (**2**) nos dará:

$$(4) \qquad y = y_0 - \frac{a \cdot b \cos(\alpha + \gamma)}{l_0 \cos \beta} [\operatorname{sen}(\Omega - \beta) + \operatorname{sen} \beta]. \quad (1)$$

Puede obtenerse la ecuación de la curva buscada, sustituyendo en la expresión (**2**) en vez de $y$ su valor deducido de la condición de que la longitud total $L$ de la cadena permanezca invariable. Para ello observaremos que:

---

contrapeso un valor arbitrario, con lo que quedaría determinada la inclinación del primer elemento de la curva por la condición de que fuera normal á la resultante de $Q$ y $t_0$. También podrá plantearse con facilidad que el primer elemento citado tuviera una inclinación dada, en cuyo caso $Q$ vendría en función de ella.

(1) Son fáciles de deducir las simplificaciones que en las fórmulas introduce la consideración de los casos particulares estudiados al tratar de la tensión de las cadenas. En la teoría de este puente dada por Belidor en su obra *Science des Ingenieurs*, donde fué descrito por primera vez, suponía $\alpha = \beta = \gamma = 0$, $a = b$ y $d = \frac{a}{2}$ con lo que resulta

$$Q = \frac{P}{\sqrt{2}}; \quad y = y_0 - \frac{a}{\sqrt{2}} \operatorname{sen} \Omega$$

Si hacemos un cambio de eje de las $x$, tomando como tal la horizontal que pasa por la primera posición del centro de gravedad del contrapeso, tendremos, llamando $y'$ las nuevas ordenadas,

$$y' = \frac{a}{\sqrt{2}} \operatorname{sen} \Omega$$

De la proporcionalidad entre los valores de $y'$ y los senos de los ángulos que describe el tablero, proviene el nombre de *sinusoide* dado á la curva de equilibrio por Belidor; no debe, sin embargo, confundirse con la curva llamada también sinusoide, cuya ecuación es $y = sen\, x$, por cuanto en aquella las abscisas no son los valores de $\Omega$.

Este puente fué el primero que se separó de los de báscula y se aplicó mucho con grande éxito.

$$L = B\,Q' + B\,A' = \sqrt{(b\cos\gamma - y)^2 + (x - b\,\mathrm{sen}\,\gamma)^2} + l$$

el valor de $l$ lo hemos deducido ya (**49**), y en él se sustituirían *sen* Ω y *cos* Ω por sus valores en función de $a, x', y'$ y Ω; pero además se tiene

$$x'^2 + y'^2 = a^2,$$

lo que nos permitirá poner $l$ en función solamente de las varillas $x$ y é $y'$ el valor deducido para $y'$ sustituido en la expresión (**2**) conforme se ha dicho, nos daría la ecuación de la curva en $x$ é $y$; pero este procedimiento no solo es sumamente largo, sino que además nos obligaría á emplear valores de $y$ en función de $x$, ó viceversa, muy complicados, por todo lo cual es preferible recurrir á un procedimiento más expedito, deduciendo los valores de $y$ por medio de cualquiera de las expresiones (**2**) ó (**4**) y fijando la posición del punto de la curva que dista la magnitud $y$ del punto $O$ por un método gráfico fundado, como el analítico antes expuesto, en la invariabilidad de la longitud total $l$ de las cadenas (1).

Para ello, determinado el radio de las poleas, se describirá con él una circunferencia $O$ (fig. 56) y se tomará la longitud to-

---

(1) La ecuación que se deduce de las operaciones expresadas, se simplifica algo en el caso particular de $\alpha = \beta = \gamma = 0$. M. Navier en una nota á la *Science des Ingenieurs* de Belidor, deduce dicha ecuación por un método más sencillo que el expuesto, fundado en que el centro de gravedad del sistema se mueve en una horizontal.

M. Beaulieu obtuvo la ecuación en coordenadas polares indicando después un procedimiento gráfico fundado en ella que facilita el trazado de la curva. Uno y otro procedimiento, demuestran que ésta es una epicicloide plana de círculos generadores iguales, cuyo radio es $\sqrt{l_0\ (l_0 + r)}$ siendo $r$ la distancia entre el centro de gravedad del contrapeso en su posición inicial y el punto de contacto de la cadena con la polea superior á aquél: el punto que describe la epicicloide está tomado sobre un radio á una distancia del centro igual á $l_0 + r$. Hemos creído preferible exponer el procedimiento más sencillo, no complicando la cuestión con el examen de aquellos que no proporcionan mayor exactitud, tanto más cuanto que ambas ecuaciones han sido deducidas en la hipótesis de suponer el tablero reducido á una línea recta horizontal, siendo $\alpha = \beta = \gamma = 0$.

tal $l_0$ de las cadenas sobre una recta $Q\,C$: hecho esto, supongamos que $f\,e$ sea la dirección del trozo de cadena exterior, en una posición cualquiera del puente, para la que se ha determinado el valor de $y$, que nos ha permitido trazar la horizontal $X\,X'$, á la distancia $y$ del eje de las $x$; dividamos la semicircunferencia superior en tantas partes iguales como puntos de la curva queramos determinar. Es fácil prever qué puntos $a\,b\,c\,d$ van á ser los más próximos á aquél en que se verifica el contacto del trozo de cadena interior con la polea; trácense por estos puntos las tangentes $a\,a'$, $b\,b'$, $c\,c'$, $d\,d'$; llévese de $G$ á $F$ la longitud de cadena exterior desde el punto $f$, y de $F$ á $A$ la del arco $f\,a$ rectificado, y sucesivamente las magnitudes $A\,B$, $B\,C$, $C\,D$ iguales respectivamente á las longitudes iguales de los arcos $a\,b'$, $b\,c$, $c\,d$: tomando sobre las tangentes antes citadas las magnitudes $a\,a' = A\,Q$, $b\,b' = B\,Q$, $c\,c' = C\,Q$, $d\,d = D\,Q$ y uniendo por un trazo continuo los puntos $a'\,b'\,c'\,d'$, es evidente que sobre esta evolvente del círculo $O$ debe encontrarse el punto buscado de la curva, que habiendo de pertenecer también á la horizontal $X\,X'$, vendrá determinado por la intersección de ambas lineas.

En vez de este procedimiento se podría emplear otro que consiste en construir en escala conveniente una polea de madera y reproducir el movimiento del puente por medio de una regla á cuya extremidad anterior se uniría un hilo que se haría pasar por la polea antedicha: de esta manera, dando á la regla diversas posiciones, se podría hacer describir al extremo interior del hilo, para cada una de aquéllas, la envolvente destinada á dar por su intersección con la horizontal el punto buscado (1)

**56. Detalles de construcción.**—La curva determinada por los procedimientos expuestos, es la ideal que debe describir el centro de gravedad de cada contrapeso y, á fin de que esto tenga lugar, se determinará la curva real, sobre la que ha de

---

(1) En caso de existir dos poleas de cambio se emplearían procedimientos análogos á los indicados. No entramos en más detalles, porque aparte de que el empleo de dos poleas presenta grandes inconvenientes, se ha indicado ya en otra nota las pocas aplicaciones que ha de recibir este sistema de puentes.

resbalar éste, trazándola paralelamente á la primera y á una distancia marcada por el radio de los ejes. Estas curvas se han construído algunas veces de mamposterías revestidas de chapa de hierro en la parte sobre que habían de descansar los contrapesos, disposición defectuosa á todas luces que ha sustituído por dos carriles de hierro de la forma deseada, sobre las cuales ruedan los contrapesos formados por dos ruedas macizas con pestañas, cuyo eje se carga lo necesario para el equilibrio, y otras veces dispuestas como la (fig. 57) indica: se han empleado también curvas completamente de hierro y aún de madera en circunstancias especiales.

**57. Análisis del sistema.**—Los puentes de sinusoide presentan ventajas sobre los puentes levadizos de flechas, á los que sustituyeron, en cuanto que las partes principales del mecanismo no se elevan ni descienden excesivamente con relación al nivel del peso, y quedan resguardadas de las influencias atmosféricas y del tiro enemigo.

Pero los inconvenientes anejos á ellos son grandes y casi irremediables. En primer lugar citaremos la dificultad de tener en cuenta por el cálculo el peso y flexibilidad de las cadenas, que ejercen su influencia no sólo en la parte exterior, sino en la interior del mecanismo, y esta influencia no es despreciable en cuanto al peso, pues puede producir variaciones de equilibrio tales que sea necesario el esfuerzo de dos hombres para neutralizarlas; la flexibilidad da lugar á alteraciones no menos perjudiciales, como se puede deducir teniendo presente que hemos trazado la curva en la hipótesis de una dirección rectilínea para la cadena interior; pero como esto no ocurre así, particularmente en las últimas posiciones del tablero, en las cuales es muy pequeña la tensión á que están sometidas las cadenas, se deduce que el contrapeso ocupará posiciones muy distintas de las calculadas.

Uno y otro defecto se han tratado de subsanar por disposiciones especiales, desechando desde luego la idea de un cálculo exacto de la curva, porque las complicaciones del mismo lo hacen inaceptable en la práctica: así es que para corregir la falta

de equilibrio originada por el peso de las cadenas se recurre á aumentar el de los contrapesos en la mitad del de aquéllas, corrección en que no hay exceso atendiendo á la existencia de las resistencias pasivas no consideradas en los cálculos Para remediar la excesiva flexión de las cadenas basta con elevar la polea de cambio de tal modo, que aun estando el puente vertical, quede siempre una cierta longitud de cadena exterior, con lo cual, no anulándose el valor de $t$ (§ 49), la cadena interior sometida á un cierto esfuerzo de tensión no se flexara tanto bajo la acción de su peso y se realizarán más aproximadamente las condiciones teóricas. (1)

Los dos procedimientos expuestos, aunque corrigen algo las faltas de equilibrio, no las atenúan, sin embargo, lo bastante para hacer aceptable este sistema, mucho más teniendo en cuenta que existen aún otros defectos, tales como los siguientes:

El mecanismo ocupa mucho espacio; el tablero queda expuesto á alabeos, si los contrapesos son independientes, y haciéndolos solidarios, la barra horizontal que debe unirlos impide la circulación de vehículos muy voluminosos; las curvas de descenso de los contrapesos, estando construídas en condiciones de duración hacen que las correcciones y reparaciones sean punto menos que imposibles; finalmente, la maniobra es incómoda, sobre todo al

---

(1) Aún cuando este modo de proceder, deduciéndose de una fórmula exacta, no cabe duda de que debe conducir al resultado apetecido, parece á primera vista extraño que el dejar al exterior mayor ó menor longitud de cadena, influya en el valor de la tensión final de éstas, impidiendo que se anule. Para penetrarse bien de la influencia que esta circunstancia ejerce, basta fijarse en la (fig. 58), que representa el tablero de un puente en su posición vertical, habiendo exagerado algo su grueso para mayor claridad: en ella se vé que en la citada posición el peso de aquél tiene un momento alrededor de $O$ igual á $P \times O D$, que debe ser igual y de signo contrario al de la tensión de la cadena $A B$. Suponiendo que su punto de contacto con la polea se halla solo la vertical de $O$, se ve que al aumentar la longitud exterior de la cadena el punto $B$ se traslada á otro, tal como $B'$, y el brazo de palanca de la tensión $B' A$ siendo menor que el de la dirigida según $B A$, y debiendo ser iguales á $P \times O D$ el momento de ambas, la tensión es mayor en el primer caso que en el segundo.

Puede también observarse que la tensión final nunca puede ser cero, puesto que las líneas $A' B$ no pasarán nunca por el punto $O$.

final de la elevación del puente, y el empleo de la barra trasversal de unión de los dos contrapesos la hace también peligrosa.

Por todo lo dicho se halla desechado hoy día el puente de Belidor, que tiene un mérito puramente histórico, aparte del de haber dado origen á otras disposiciones más acertadas.

**58. Puente Corrado.**—El teniente de Ingenieros napolitano Silvestro Corrado propuso, en 1837, una modificación al puente de Belidor, destinada á anular algunos de sus inconvenientes, y en especial el relativo al efecto producido por el peso y flexibilidad de las cadenas interiores sobre la posición del contrapeso en la sinusoide (1).

En esta disposición, que representa la figura 59, el contrapeso describe la misma curva que en el sistema de Belidor, y esto se consigue suspendiéndolo á la extremidad $B$ de una cadena $B\,H\,E$, adaptada á la parte convexa de la curva $B\,H\,E$ y sujeta en $E$: compréndese sin dificultad que al elevarse el tablero, la cadena se vá desplegando de tal modo que tome la posición de la tangente $M\,N$ á la curva $B\,H\,F$ cuando el tablero ocupe una posición cualquiera tal como la $O\,A'$; así, pues, para que el centro de gravedad de $B$ recorra la sinusoide, será preciso que aquella curva sea la evolvente de ésta.

El análisis demuestra que supuesta la polea de cambio $B$ en la vertical del eje de giro, y considerando el tablero reducido á una línea, la curva de Belidor no es sino una epicicloide de círculos iguales de radio representado por $\sqrt{l_0\,(l_0+r)}$, siendo $r$ la distancia entre el centro de gravedad del contrapeso en su posición inicial y el punto de contacto de la cadena con la polea superior á aquél, y estando el punto que describe la epicicloide sobre un radio á la distancia $l_0 + r$ del centro (2); por consiguiente, su evoluta será otra epicicloide, cuyo trazado puede efectuarse sencillamente sin más que determinar las intersecciones de las

---

(1) Un puente de este sistema fué construído en 1838 en el castillo de Gaeta; el autor no pudo ver realizado su proyecto, pues murió en el mismo año, antes de la ejecución de aquél.

(2) Véase la nota del párrafo 55.

normales á la primera, que á su vez quedan conocidas por el mismo trazado de la epicicloide evolvente. Así, por ejemplo, (figura 60) si $O\,A$ es el tablero y $B$ la polea de cambio, considerando para mayor sencillez el caso de $O\,A = O\,B$ y $r = o$ (1), el círculo fijo de la epicicloide evolvente es el $D\,B$ de radio igual á $A\,B$; para determinar uno cualquiera de los puntos de aquélla, se supone una posición tal como la $D'$ del círculo móvil y tomando sobre su circunferencia á partir del punto $E$ de contacto con el fijo $E\,C = E\,B$, $C$ será el nuevo punto deseado y $E\,C$ la normal en el mismo á la curva evolvente.

Puede aún trazarse la evoluta sin necesidad de determinar la evolvente, en virtud de la propiedad que tiene de coincidir con la epicicloide $B\,H$, engendrada por un punto de la circunferencia $D''$ de radio igual á $\frac{1}{3}$ de $D\,B$, al rodar sobre la $D\,H$, del mismo centro que la de la evolvente y radio igual al de la anterior.

La porción de evolutas que se necesita trazar es la que corresponde al arco $B\,C\,K$ de la evolvente, determinado por la cuerda $B\,K = A\,B$, y la última normal $K\,f$ será vertical.

**59. Análisis del sistema.**—La principal ventaja de esta disposición sobre la propuesta por Belidor estriba, según ya hemos indicado, en permitir que los contrapesos tengan la posición debida, aun en los momentos de tensión mínima de las cadenas de suspensión. Pero todos los demás inconvenientes allí enumerados subsisten, y, por tanto, puede decirse que con el trazado que anteriormente se explica, nunca estará en equilibrio perfecto el sistema, y estas faltas se notará tanto más cuanto que aquí contribuye á ella el peso de las cadenas que unen el contrapeso á la evoluta.

Aún presenta esta disposición otro defecto que no existe en la de Belidor. El espacio ocupado por las evolutas en altura

---

(1) El teniente Corrado solo estudia la aplicación del puente en este caso particular, que es el mismo tratado por Belidor; pero, según se vé por lo dicho, no son necesarias condiciones tan especiales para que la propiedad fundamental del sistema subsista.

obliga á dar gran elevación á la bóveda de paso, con lo que se dificulta ó hace imposible la desenfilada de la escarpa, en el caso favorable de que no existan otros inconvenientes que se opongan á dicha elevación. Conociéndolo así el teniente Corrado propuso varias modificaciones destinadas á reducir la altura de la evoluta. Consistía una de ellas en colocar en un punto tal como $C'$ una polea de cambio, que hace necesario practicar en el suelo una excavación para permitir el movimiento de los contrapesos; la colocación de la polea aumentaría considerablemente los rozamientos, y, si por no poder colocar todo el mecanismo en la proximidad de la puerta, se necesitaba otra polea de cambio á la altura de $B$, para alejar de aquélla los contrapesos, sería inadmisible el empleo de una tercera polea. Se puede, en lugar de esto, suprimir una parte $H\,E$ de la epicicloide superior, reemplazándola por la recta $N\,H$; la alteración que esto produce en la curva evolvente, y por tanto en el equilibrio, es insignificante, siempre que $E\,N$ no exceda de $1^{m},50$ para un tablero de $3^{m},415$ de longitud y proporcionalmente para otro cualquiera; pero esto no hace más que atenuar el mal, sin remediarlo por completo. Todavía se podría amenguarlo enganchando las cadenas, no en la extremidad $A'$, sino en otro punto tal como $P$, con lo que la altura de la bóveda podría disminuirse en la magnitud $P\,A'$; pero en tal caso no podrían hacerse solidarios los contrapesos, pues la barra de unión de ambos dificultaría el paso.

En resumen; esta disposición, aunque ingeniosa é interesante bajo el punto de vista teórico, no cumple como debiera las exigencias todas de la práctica.

**60. Puente Ardagh.**—El teniente Ardagh propuso al mismo tiempo que los sistemas de muñones movibles ya descritos, otra disposición, en la cual el contrapeso recorre una curva determinada en forma tal que haga equilibrio en todas las posiciones al tablero, con el cual se une por medio de cadenas, según la disposición ordinaria. Supone el punto de contacto de la primera polea de cambio con aquéllas en la vertical del eje de muñones y nula la distancia entre la posición inicial del centro de gravedad del contrapeso y el punto de tangencia de las cadenas

con las poleas interiores; en estas condiciones establece, que la curva de equilibrio es una elipse cuyos ejes son $2\,a\sqrt{2}$ y $a\sqrt{2}$, por lo cual basta para asegurarlo proveer al contrapeso de una anilla que pase por una cuerda flexible, sujeta en sus extremos á los focos de dicha elipse y de longitud conveniente para que describa la referida curva en virtud de la conocidísima popularidad de los radios vectores de un punto cualquiera de ella.

El inconveniente principal de esta disposición es que se ha demostrado, según indicamos al tratar del puente Belidor y del puente Corrado, que la curva que debe describir el contrapeso para asegurar el equilibrio del tablero en todas sus posiciones, es una epicicloide de círculos iguales y no una elipse como pretende el teniente Ardagh (1).

---

(1) Este Ingeniero, al describir su sistema de puente, dice que el proyecto de que va á ocuparse se expone por primera vez, y que es muy extraño no se haya imaginado antes una disposición tan sencilla. Por lo que queda explicado al tratar del puente Belidor, se cumprenderá fácilmente que no pudo ocurrirse nunca tal disposición por no ser la curva descrita por el contrapeso una elipse. Aun cuando se halla atestiguado en cuantos trabajos se han publicado sobre el referido puente, empezando por la *Science des Ingenieurs* de Belidor, creemos no esté fuera de lugar que consignemos aquí el procedimiento por el cual el coronel Beaulieu ha obtenido la ecuación de dicha curva en coordenadas polares para el caso de hallarse la polea de cambio en la vertical del eje de giro del tablero, pero sin sujetarse á que la distancia inicial del centro de gravedad del contrapeso á aquella sea nula, ni á que el ángulo de las cadenas de suspensión con el tablero sea de 45° en la posición horizontal del mismo. Este procedimiento es algo distinto del empleado por el teniente Ardagh; pero el resultado á que se llega, introduciendo las simplificaciones necesarias, es el mismo que aquél obtuvo para el caso particular que consideró y que en el texto se consigna.

Supongamos para mayor sencillez, como hace Mr. Beaulieu, reducido el tablero á una línea horizontal en la cual se hallen el punto de aplicación de su peso y el de amarre de las cadenas (fig. 61): la fórmula (2) puede ponerse en este caso, observando que por las hipótesis hechas $y'_0 = 0$ bajo la forma

$$Q\,(y_0 - y) = p \cdot y',$$

ó bien

$$Q \cdot R\,S = p \cdot A'\,n;$$

Después de esto, es inútil tratar de otros defectos que podrían reconocerse á la solución propuesta, aun en el caso de ser cierto su principio fundamental. Ni aun á título de aproximación podría admitirse la curva elíptica, pues en un sistema expuesto ya á tantas causas de error es inaceptable la introducción de una nueva. Sola se cita, pues, este sistema para evitar en absoluto su adopción.

---

y observando que, por las mismas hipótesis,

$$Q = \frac{p \cdot l_0}{b}$$

se tendrá, si designamos por $\rho$ el radio vector $R\,R'$ de la curva buscada, y por $\varphi$ el ángulo que forma con la vertical $R\,S$,

$$l_0\,\rho\cos\varphi = a\,b\,\text{sen}\,\Omega$$

Si llamamos $\lambda'$ la longitud variable $B\,R'$ de cadena interior y $r$ la distancia $B\,R$ de la polea de cambio á la posición inicial del contrapeso, podemos deducir del triángulo $H\,O\,A'$

$$\overline{H\,A'}^2 = (l_0 + r - \lambda)^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,.\,b\,.\,\text{sen}\,\Omega,$$

y como $l_0^2 = a^2 + b^2$

$$(a) \qquad (l_0 + r - \lambda)^2 = l_0^2 - 2\,a\,b\,\text{sen}\,\Omega = l_0^2 - 2\,l_0\cos\varphi$$

Del triángulo $B\,R\,R'$ deducimos

$$(b) \qquad \lambda^2 = \rho^2 + r^2 + 2\,r\,\rho\cos\varphi$$

La eliminación de $\lambda$ entre las dos últimas ecuaciones nos conducirá á otro dependiente solo de $\rho$, $x$ y cantidades constantes, que será la ecuación polar de la curva buscada. Para hacer esta eliminación con facilidad, restemos de la ecuación $(b)$ la $(a)$ con lo que obtendremos:

$$\lambda = r + \frac{\rho\,[\rho + 2\cos\varphi\,(l_0 + r)]}{2\,(l_0 + r)}$$

cuyo valor sustituido en la (b) nos da:

$$(c) \qquad \rho = 2\left(\sqrt{l_0\,(l_0 + r)} - \cos\varphi\,(l_0 + r)\right]$$

que vamos á demostrar el expresión del radio vector de una epicicloide

**61. Puente Delile.—Descripción y maniobra.**—Los inconvenientes á que da lugar la existencia de las cadenas en el

---

plana de círculos generadores iguales de radio igual á $\sqrt{l_0\,(l_0 + r)}$ y cuyo punto descriptor se halla á la distancia $l^0 + r$ del centro de aquéllos.

Sea en efecto (fig. 62) $O$ el círculo fijo y $O'$ el móvil cuyo radio llamaremos $R$: en una posición cualquiera, tal como la $O'_1$, siendo $C$ el punto descriptor de la curva, el ángulo $C\,O'_1\,O$ es igual al $O'\,O\,O'_1$ y el triángulo $O\,O'\,F'_1$ es isósceles. Tracemos por $C$ una paralela $C\,D$ á $O\,O'_1$ y establezcamos la proporción

$$\frac{F\,O}{F\,O'_1} = \frac{O\,D}{O'_1\,C}$$

La primera relación es igual á *1*, para cualquiera posición del círculo móvil, luego la segunda lo será también, y el punto $D$, determinado por la construcción que acabamos de indicar, será el mismo en todas las posiciones de $O'_1$, verificándose además que $O\,D = O'_1\,C$. Refiramos la curva á este punto tomado como polo y llamemos $\rho$ al radio vector $C\,D$ correspondiente al punto $C$ de aquélla, $\omega$ al ángulo que forma con el eje $O\,O'_1$, $h$ la magnitud comprendida entre $O$ y el pie $H$ de la perpendicular $C\,H$ á $O\,O'$ y $K$ el valor constante $D\,O$. En virtud de una propiedad conocida del triángulo isósceles se tiene

$$(d) \qquad \rho^2 = C\,D^2 = 2\,D\,F\,.\,D\,H;$$

pero $D\,H = \rho\,cos\,\omega$, y el valor de $F\,D$ se deduce de las siguientes proporciones:

$$\frac{O\,O'_1}{C\,D} = \frac{O\,F}{F\,D} \qquad \frac{O\,O'_1 - C\,D}{C\,D} = \frac{O\,F - F\,D}{F\,D}$$

que nos darán

$$F\,D = \frac{C\,D\,(O\,F - F\,D)}{O\,O_1' - C\,D} = \frac{\rho\,K}{2\,R - \rho}\,,$$

valores que, sustituidos en $(d)$, nos proporcionan la igualdad

$$(e) \qquad \rho = 2\,(R - K\cos\omega),$$

cuya comparación con la $(c)$ nos demuestra la exactitnd de lo que queríamos demostrar: el punto $D$ de la fi. 62 corresponde al $R$ de la 61, y la línea $O\,O'$ á la $R\,S$.

Podría demostrarse que la expresión (c) es la del radio vector de una epicicloide, partiendo de las ecuaciones conocidas de la misma, mediante las necesarias transformaciones de coordenadas; pero la proligidad de los cálculos hace preferible la que hemos presentado y que puede verse en el *Traité de Mecanique* de l'Abbé Marie y en las *Actas de Leipzik* del Marqués de l'Hopital.

puente Belidor, sugirieron á Délile la idea de sustituir aquéllas por barras rígidas que unieran el tablero á los contrapesos, quedando éstos sujetos á resbalar sobre curvas convenientemente calculadas para asegurar el equilibrio en todas las posiciones (fig 63).

La maniobra puede efectuarse bien por medio de pequeñas cadenas unidas á los contrapesos y sobre las cuales se ejerza el esfuerzo necesario para la elevación del tablero, bien por medio de una rueda de maniobra montada sobre una barra de unión de ambos contrapesos, análogamente á lo que se ha visto en el puente Belidor.

**62. Equilibrios.**—Sean: *O A* la línea que une el eje de muñones del tablero con el de enganche de las barras *Q C*, *G* el centro de gravedad del mismo y *g* el del contrapeso *Q*. La fuerza *P* puede descomponerse en otras dos que actúen respectivamente en *O* y en *A*, siendo la magnitud de la segunda

$$(5) \qquad p = \frac{P.\, d \cos \beta}{a \cos \alpha}$$

Puede á su vez descomponerse ésta en las direcciones *O A* y *A g*, siendo evidente que el sistema estará teóricamente en equilibrio cuando lo estén la segunda de dichas componentes y el peso *Q* del contrapeso explicado en *g*; pero estas dos fuerzas siendo siempre concurrentes tendrán una resultante distinta de cero, y es necesario, por lo tanto, introducir una tercera igual y opuesta á la resultante de ambas para conseguir el equilibrio deseado. Esta fuerza se origina haciendo descansar el contrapeso sobre una superficie inclinada de modo tal que la reacción perpendicular á ella en el punto de contacto cumpla las condiciones expuestas.

Se concibe la posibilidad de obtener, expresando analíticamente cuanto acabamos de decir y teniendo presente la invariabilidad de la longitud *A g*, la ecuación de la curva que ha de recorrer el contrapeso para que el equilibrio quede asegurado en todas las posiciones del tablero, ó también trazar la misma por un procedimiento puramente gráfico; pero es preferible recurrir

por su sencillez á un método análogo al empleado en el puente Belidor, á cuyo efecto, adoptando las mismas notaciones empleadas allí, y las generales ya conocidas, obtendremos como entonces la ecuación

$$(6) \qquad y = y_0 - \frac{P}{Q} d\,[\operatorname{sen}(\Omega - \beta) + \operatorname{sen} \delta].$$

La determinación de $Q$ conviene hacerlo de tal modo que se anule la influencia del peso de las barras $C\,g$, lo cual se conseguirá siempre que el centro de gravedad de las mismas recorra una horizontal Para ver el modo de conseguirlo observaremos que el valor de $p$ dado por la fórmula (**5**) es constante cuando $\alpha = \beta$, condición sumamente fácil de realizar; en tal caso, la integral de la ecuación de los trabajos virtuales será:

$$Q\,y - p\,y' = 0, \quad Q\,(y - y_0) = p\,(y' - y_0) \quad \text{ó} \quad Q\,y_1 = p\,y_1'$$

representado por $y$ el camino recorrido por Q; es decir, que la elevación de $A$ y el descenso de $g$ serán inversamente proporcionales á $Q$ y $p$; pero la resultante de estas fuerzas divide á la longitud $A\,g$ en partes inversamente proporcionales á sus magnitudes respectivas, de donde se deduce que su punto de aplicación se moverá sobre una horizontal, consecuencia que pudo deducirse también observando que estando la barra $A\,g$ sometida á dos fuerzas constantes y constantemente en equilibrio, el punto de aplicación de la resultante de ambas debe moverse sobre una horizontal ó permanecer fijo. Si $p$ no fuera constante, el punto que permanece siempre sobre una horizontal no sería ya fijo de posición en la barra $C\,g$ (1).

Ahora bien: es evidente que si nosotros hacemos coincidir el centro de gravedad de las barras, cuya influencia tratamos de

---

(1) Sin necesidad de que sea $\alpha = \beta$, se puede hacer el cálculo del puente; pero esta condición es tan fácil de realizar en todas ocasiones que en nuestro concepto el separarse de ella solo puede ofrecer un interés teórico, ya que adaptándola, no solo se simplifica el trazado de la curva, sino también las consideraciones necesarias para apreciar la influencia del peso de las barras.

anular, con el punto de aplicación de la resultante de $p$ y $Q$, el trabajo realizado por el peso de las mismas será nulo, como deseamos. Siendo en general simétrica la forma de dichas barras, su centro de gravedad se hallará á la mitad de su longitud y se deberá establecer

$$p = \frac{P.d}{a} = Q$$

cuyo valor introducido en la **(6)** nos dará (1)

$$y = y_0 - a\,[\operatorname{sen}(\Omega - \beta) + \operatorname{sen}\beta].$$

Procediendo de esta manera, puede ocurrir que el valor mínimo de $y$, correspondiente á $\Omega = 90°$

$$y_n = y_0 - a\,(\cos\beta + \operatorname{sen}\beta)$$

sea demasiado pequeño, bien por las dificultades que se producen en la maniobra, bien por otras circunstancias locales cualesquiera. En tal caso se seguirá una marcha inversa á la indicada, deduciendo el valor $Q$ de la **(6)**, en la que se hará $\Omega = 90°$ é $y_n$ igual al menor de $y$ que juzguemos convenientemente, con lo que se obtendrá la fórmula

$$\textbf{(7)} \qquad Q = \frac{P.d.(\cos\beta + \operatorname{sen}\beta)}{y_0 - y_n}$$

que nos indica es tanto mayor el valor de $Q$, cuanto menor sea el camino vertical que su centro de gravedad recorre, lo cual pudo, por otra parte, deducirse *á priori*. Es claro que el punto de aplicación de la resultante de $p$ y $Q$ no coincidirá ya con el medio de las barras, y, por lo tanto, si se quiere anular la influencia de su peso, habrá que hacer de modo que el centro de gravedad de las mismas coincida con aquél, lo que podría conseguirse cambiando su forma; pero es más sencillo añadir en $g$ pesos tales que produzcan el efecto deseado, con lo que el con-

(1) Partiendo de esta ecuación, se puede encontrar la de la curva, análogamente á lo que se ha visto en el puente de Belidor.

trapeso se compondrá de dos partes: la expresada por la (7) y destinada á neutralizar la influencia del peso de las barras de maniobra.

Esta última puede calcularse muy fácilmente observando (figura 64) que el punto $x$ de aplicación de la resultante de $Q$ y $p$ divide á $A\,g$ en la relación

$$\frac{x\,A}{x\,g} = \frac{Q}{p}$$

Llamando $\pi$ al peso de una de las barras y $l$ su longitud, para que el centro de gravedad de la misma coincida con $x$, se hace preciso añadir en $g$ un peso $q$, tal que

$$\frac{\pi}{q} = \frac{x\,g}{x\,y = \frac{l}{2} - x\,g}, \qquad q = \pi \frac{l - 2\,x\,g}{2\,x\,g},$$

y el verdadero valor del contrapeso será:

$$Q' = \frac{P\,d\,.(\cos\beta + \operatorname{sen}\beta)}{y_0 - y_n} \pm \frac{l - 2\,x\,g}{2\,x\,g};$$

el signo $\pm$ comprende los dos casos de que $x$ sea superior ó inferior á $y$.

Determinadas las ordenadas de la curva, correspondientes á diversas posiciones del tablero, bastará para encontrar los puntos de aquélla describir (fig. 65) desde $A, A', A''$..... arcos de círculos con radio igual á $A\,g$, y los puntos en que encuentren á las horizontales distantes de $O\,C$ los valores de las ordenadas serán los deseados. Trazando paralelamente á la curva así determinada otra distante de ella, el radio de los contrapesos se obtendrá la que deben adoptar las superficies cilíndricas de apoyo de los mismos.

Esta construcción, aunque sencilla, puede reemplazarse por otra todavía más elemental: basta para ello determinar la horizontal sobre que se mueve el punto de aplicación de la resultante de $p$ y $Q$ (fig. 65); dividir en partes iguales el arco de círculo $A, A', A''$..... ; trazar desde cada uno de los puntos así determi-

nados como centro y con radios iguales á $Ax$, $A'x'$, $A''x''$.... otros tantos arcos de círculo, que cortarán en $x'$ $x''$ $x'''$.... á la horizontal expresada, y prolongar las rectas $A'x'$, $A''x''$, $A'''x'''$.... hasta que su longitud total sea igual á $A\,g$, con lo que se obtendrán para la curva tantos puntos como se deseen.

Un sencillo aparato dispuesto como la fig. 66 representa, construído en escala conveniente ó en tamaño natural, permitirá trazar la curva de un modo contínuo: $G$ corresponde al punto de las barras sujeto á moverse sobre una horizontal y $C$ lleva el lapiz ó punzón que verifica el trazado de la curva, bastando la simple inspección de la figura para comprender el modo de emplearlo. (1)

**63. Detalles de construcción y establecimiento.**— Las superficies de apoyo de los contrapesos se disponen paralelamente al eje del paso y se debe poner especial cuidado en que sus puntos correspondientes estén de nivel; pueden hacerse de mampostería con carriles de hierro análogamente á lo que vimos en el puente Belidor, completamente de hierro, ó formadas por un carril sostenido de trecho en trecho por escuadras (fig. 67). Los contrapesos cilíndricos llevan ranuras ó pestañas para ser fácilmente guiados, y conviene constituirlos por varios discos atravesados por un eje, á fin de poder efectuar las correcciones que exigirá el puente en el momento de establecerlo, ó las que hagan indispensables las alteraciones que por el transcurso del tiempo se produzcan en el tablero, y por lo tanto en el equilibrio. Si se quita alguno de los discos, puede reemplazarse, para no alterar la disposición del conjunto, por otro análogo de madera. Los dos contrapesos suelen unirse, como ya indicamos, por una barra de hierro en la que se monta la polea de maniobra, siendo los contrapesos solidarios de la barra en el movimiento de rotación.

---

(1) Podrían indicarse aún otros trazados; pero los omitimos en obsequio á la brevedad y por ser suficientes los expuestos para determinar la curva con toda exactitud. El método fundado en la existencia de un punto que se mueve sobre una horizontal, sería aplicable con alguna variación á la curva de Belidor.

Las barras de trasmisión se harán de dos trozos unidos por un tornillo ó templadera, como indica la fig. 68, á fin de poder variar su longitud para que las dos tengan exactamente la misma y apliquen bien los contrapesos contra su apoyo, compensando también de este modo las variaciones producidas por los cambios de temperatura. Conviene que la tracción de las barras se ejerza lo más normalmente posible al tablero, á cuyo fin se aproximarán las curvas de apoyo á las escarpas y se retrasará el punto de enlace de aquéllas con el tablero, lo que exigirá retrasar también el cabezal: tanto para esta unión como para la de contrapeso se dispondrán collares provistos de coginetes en las extremidades de la barra.

Las circunstancias locales determinarán los detalles de magnitud y desarrollo de las curvas. Conviene, sin embargo, observar que éste resulta menor cuanto menor es la inclinación de las barras con respecto á la vertical, lo que hace disminuir también la longitud de las aspilleras que se han de practicar en las jambas para el paso de las mismas. Siempre que sea posible, convendrá que la altura recorrida por el contrapeso sea grande, pues así disminuye su peso y se hacen también más eficaces los esfuerzos de los hombres encargados de la maniobra.

Los detalles explicados hacen referencia á puentes de carácter permanente; pero el sistema que nos está ocupando puede aplicarse también con facilidad en obras de campaña, como representa la fig. 69, lám. VII. Una doble capa de tablas yustapuestas y á ángulo recto las de una capa con las de otra, aserradas en forma conveniente, constituyen las curvas de apoyo de contrapeso, que se mantienen verticales, clavándolas en el paramento exterior de los largueros extremos del puente fijo y reuniéndolas en su parte superior por la pieza entallada *G*, que á su vez queda sostenida por dos tornapuntas que van desde sus extremos á las prolongaciones de la cumbrera del caballete *G*. Un tronco rollizo cargado de piedras, en caso necesario, sirve de contrapeso y en sus extremidades redondeadas apoyan las piezas entalladas *E*, abarcadas á su vez por las curvas *E Q* que sustituyen á las barras. Los largueros del tablero móvil van unidos inferiormente por dos tablas clavadas en aspa, y superiormente por el

piso mismo del puente; descansan en todo el espesor de las cumbreras de los caballetes *G Q* sin necesidad de eje de muñones, pues cuando el puente empieza á levantarse descansa la tabla más retrasada del piso sobre las extremidades de los largueros de la parte fija, y no puede caer hacia atrás porque lo detienen las tornapuntas en que apoya la pieza *G*; á fin de impedirle que resbale hacia adelante, se pueden clavar, á modo de charnelas, trozos de cuero que unan la parte móvil y la fija, ó simplemente trozos de cuerda.

Puede darse también á este sistema un carácter semi-permanente construyendo todas las piezas que lo forman de madera y ejecutándolas con más cuidado que en la disposición anterior (figura 70). Un eje de 20 á 30 centímetros de lado se introduce por sus extremidades en piezas cilíndricas *B* de madera, sujetas con aros de hierro, formando así los cilindros destinados á resbalar sobre las superficies curvas, y colocando una bomba á cada lado del eje, en *D*, se disminuye el peso que veremos se coloca en las poleas. Estas se formarán con piezas ensambladas *F*, que comprenden entre sí el eje y ocho llantas mixtilíneas que se recubren á media madera; un tablero clavado á cada lado de la polea consolida el conjunto, formándose una especie de caja, en la que se introducen por aberturas, cerradas por pequeñas puertas, trozos de fundición en la cantidad requerida para el equilibrio; puntas de hierro clavadas en el fondo de la garganta impiden el resbalamiento de la cadena de maniobra. Dos piezas iguales de madera se sujetan por medio de un fleje de forma conveniente á las extremidades de las barras de trasmisión (fig. 71): pequeños herrajes, uno de cada lado de aquéllas, soportan los extremos del eje de un cilindro sobre el cual la parte redondeada del eje *A* rodará con escaso rozamiento.

**64. Análisis del sistema.**— La disposición descrita ha sido aplicada repetidas veces y siempre con éxito satisfactorio. Es natural que así ocurra, pues se recomienda por varias circunstancias ventajosas: en primer término, la sencillez de los cálculos necesarios para determinar los elementos del mecanismo equilibrador, y la absoluta exactitud teórica de los mismos;

el trazado de las curvas se hace sin dificultad alguna y puede comprobarse empleando los distintos medios indicados para efectuarlo; la ausencia de las cadenas y poleas disminuye en extremo los rozamientos con relación á los que se experimentan en los puentes ya descritos y en los que más adelante han de ocuparnos; la rigidez del enlace del contrapeso con el tablero permite hacer funcionar el puente en las mismas condiciones teóricas para que se calculó, y, finalmente, las alteraciones no muy considerables que por el transcurso del tiempo pueden presentarse en el peso del tablero, se corregirán con facilidad mediante modificaciones convenientes en el valor de los contrapesos.

Pero no puede negarse que estas ventajas se hallan contrarrestadas por diversos inconvenientes: en primer lugar la maniobra, si se realiza por medio de pequeñas cadenas, unidas á los contrapesos, puede dar lugar á que el descenso de los mismos no sea igual en ambos lados, lo que dará lugar á alabeos del tablero; si para evitarlo se unen por un eje sobre el que se montan las ruedas de maniobra, dicho eje es un obstáculo para la circulación, y expone á los encargados de aquélla á graves peligros en caso de ruptura de una de las barras de enlace; de uno y otro modo resulta incómoda la operación de elevar ó bajar el puente, pues el esfuerzo se ejerce en muy malas condiciones cuando el tablero esté próximo á la vertical; las curvas ocupan bastante espacio en sentido longitudinal y serán irrealizables en pasos oblicuos ó que hayan de llevar desembocaduras laterales de galerías de escarpa, y, finalmente, las aberturas necesarias para el paso de las barras afean y debilitan las jambas de las puertas.

Se ha achacado también á esta disposición el defecto de que, siendo el enlace del tablero con los contrapesos muy rígido, todas las vibraciones y sacudidas del primero se trasmiten con gran energía á los segundos, y no sólo alteran el mecanismo, sino que pueden llegar á romperlo, produciendo así graves accidentes. Esto se hace tanto más sensible, cuanto que muchas veces el puente en su posición horizontal no descansa por completo en la contraescarpa, y queda con tendencia á levantarse á la menor sacudida, tal como la producida por el paso de caballos ó vehículos pesados; pero este defecto que, aunque en menor gra-

do, existe también en otras disposiciones, puede hacerse desaparecer colocando á ambos lados del paso palancas acomodadas, cuyo objeto es levantar los contrapesos y aun empujarlos hacia adelante, de modo que el tablero, quedando libre, descanse perfectamente en su apoyo anterior; estas palancas, que la fig. 72, lám. VII representa, ejercen su acción contra cilindros suplementarios, fijos al eje de los contrapesos interiormente á las curvas por medio de una parte redondeada en arco de círculo, unida á charnela á la extremidad del brazo menor; el brazo mayor admite un pequeño movimiento lateral que permite alejarlo del muro para comodidad en la maniobra; una vez efectuada ésta y al acercarla á aquél, queda enganchado el referido brazo por un garfio que la sostiene en tanto que ejerce su acción sobre los contrapesos..

Como resumen de lo expuesto, podemos deducir que el puente Delile encontrará sus principales aplicaciones en obras de carácter semi-permanente, por la facilidad con que se construye y establece, y en aquellos sitios en que exista un puente Belidor, cuyo funcionamiento no puede menos de resultar defectuoso, se podrán aprovechar los elementos de él estableciendo uno de este sistema.

**65. Puente Bergère.**—Hemos visto que en el puente Delile, cuando la línea que une la proyección del eje de giro del tablero al punto de enlace de las barras con el mismo pasa por su centro de gravedad, existe sobre aquéllas un punto fijo que se mueve según una horizontal y cuya posición hemos aprendido á determinar. Es evidente, por lo tanto, que si obligamos á dicho punto á moverse horizontalmente, los contrapesos describirán la curva Delile, y el puente estará en equilibrio indiferente.

Tan ingeniosa idea, emitida por Bergère en sus notas al puente de Delile, donde describió su sistema, encuentra su realización práctica del modo que la fig. 73 representa; en el punto calculado de las barras de enlace se montan dos pequeñas ruedas de fundición que resbalan sobre carriles horizontales, situados paralelamente al eje del paso, y que, como es natural, distarán del referido punto una magnitud igual al radio de las ruedecillas.

La maniobra se ejecuta tirando de cadenas unidas á los contrapesos cuando se trata de elevar el puente; empujándolos directamente, ó actuando sobre las ruedecillas, se efectúa la operación inversa.

A fin de evitar deformaciones de las barras se procurará disminuir la longitud total de las mismas y la de la parte superior á los carriles, construyéndolas de hierro ó fundición en forma de sólido de igual resistencia. Los contrapesos se harán lo mismo que los del puente Delile, componiéndolos de varios trozos á fin de facilitar las correcciones. El puente se sujetará en su posición vertical por medio de cerrojos, ó sujetando los contrapesos á puntos de amarre sólidamente establecidos en el suelo.

Como el empleo de contrapesos muy considerables produciría flexiones en las barras que alterarían el equilibrio, esta disposición sólo podrá aplicarse á pasos de poca importancia destinados al tránsito de peatones. En tales casos la sencillez de esta disposición la hace muy recomendable, presentando también la ventaja de la facilidad con que pueden hacerse las correcciones y la posibilidad de establecerlo sin ningún cálculo, determinando experimentalmente el valor del contrapeso.

Los inconvenientes que pueden achacársele son los mismos que se anunciaron al tratar del puente Delile, pero aminorados por las condiciones en que hemos dicho debe usarse.

La figura 74 representa la manera de improvisar este puente para obras de campaña (1), dispensándonos su sencillez de toda explicación: los contrapesos se sujetarán cuando esté levantado el puente á fuertes piquetes clavados en el terreno. La maniobra se efectúa haciendo tracción de las cadenas unidas á aquellos, ó bien actuando sobre las ruedas á cuyo eje van unidas las barras de enlace; y á fin de evitar que los esfuerzos se ejerzan desigualmente en ambos lados, se unirán los ejes de las ruedas por medio de una barra transversal que sólo se colocará en el caso de ejecutar la maniobra: de no ser esto posible pueden unirse los contrapesos.

---

(1) Fué aplicada en 1825 en la plaza de Mons en Bélgica, y ha sido descrita por Poncelet en el Tomo X del *Memorial de l'Officier du genie.*

**66. Puente Delile modificado por Devèze** (1).—M. Devèze, en una memoria presentada al concurso anual de premios para los ingenieros militares franceses, propuso una modificación al sistema Delile con objeto de evitar varios de sus defectos.

Según esta disposición, las barras $A\,B$ (fig. 75, lám. VI) llevan en $B$ unas roldanas que ruedan sobre una línea horizontal $B\,H$ y las articulaciones con otras barras $B\,C$ á las que vá unido el contrapeso $C$, de modo que, mientras al elevarse el puente el punto $B$ recorre una horizontal, el centro de gravedad del contrapeso describe un arco de círculo de radio $O\,C$ y centro $O$, estableciendo para ello guías circulares $D\,E$ sobre las que aquél ha de rodar. Las longitudes de las diversas fuerzas y su posición inicial son tales que la figura $O\,A\,B\,C$ es un paralelógramo, y el paralelismo de los cuatro lados de dicha figura se conserva evidentemente en todas las posiciones del tablero mediante la disposición descrita.

Las condiciones de equilibrio pueden determinarse con facilidad observando que el trabajo de las fuerzas debidas á la gravedad aplicadas en $B$ y $O$ es cero, y por consiguiente, siendo iguales las distancias recorridas por los puntos $C$ y $A$ en sentidos contrarios, bastará que sean iguales las resultantes de todas las fuerzas aplicadas en ellos para que el equilibrio se verifique. En su consecuencia, estableciendo para mayor sencillez el centro de gravedad del tablero sobre la línea $O\,A$, lo cual no presenta dificultad ninguna, tendremos, designando por $\pi$ y $\pi'$ las componentes de los pesos de las barras $A\,B$ y $B\,C$, aplicadas en $A$ y $C$ respectivamente y adoptando las demás notaciones ya conocidas, que la condición de equilibrio viene expresada por la relación

$$Q + \pi' = \pi + \frac{P \cdot d}{a}.$$

(1) La descripción de este sistema se encuentra por primera vez en la Memoria de Peaucellier y Wagner. Devèze revindicó la prioridad de la invención y lo consiguió, haciéndose constar que se habían construido por el capitán Devèze tres puentes de su sistema en la plaza de Tolón.

Los detalles de construcción de este sistema son análogos á los descritos en el puente Delile. La maniobra se efectuará por medio de ruedas montadas sobre un eje transversal con respecto al paso que reuna las dos roldanas *B*, sobre cuyas ruedas se aplicará una cadena de maniobra. Una parte del contrapeso movil está constituida por un rastrillo que forma un segundo cierre al levantar el puente.

Con las modificaciones introducidas por Devèze al puente Delile se consigue desde luego disminuir la dimensión de las aberturas destinadas á dar paso á las barras de unión del contrapeso al tablero, facilitar la maniobra y evitar los accidentes á que pudiera dar lugar por efecto de la colocación superior de la barra de enlace de ambos mecanismos; no se impiden las desembocaduras laterales de la galería de escarpa, y se lleva al grado máximo de sencillez el trazado de las curvas guías del contrapeso (1).

En contraposición á estas ventajas se nota desde luego que se aumentan los rozamientos; se complica el sistema, quitándole el carácter de sencillez en la disposición que reviste el propuesto por Delile; la maniobra, aunque más cómoda y menos peligrosa, no está en condiciones tales que se pueda decir que desaparece todo riesgo en caso de ruptura de alguna de las barras *A B*; no se elimina el defecto del espacio ocupado en sentido longitudinal, aun cuando resulten posibles las desembocaduras de las galerías de escarpa, y la ventaja de la mayor sencillez en el trazado de las curvas guías del contrapeso no es de gran consideración dada la exactitud y facilidad con que puede efectuarse el de las curvas de Delile: en definitiva, dadas las limitadas aplicaciones que este último sistema puede recibir, creemos, que, en general, no se obtendrán grandes ventajas reemplazándolo por el que acaba de ocuparnos.

---

(1) En el *Corso di costruzioni* de Caveglia y Gabba se propone un trazado por puntos de estas curvas á fin de tener en cuenta el peso de las barras *A B* y *B C*; no comprendemos la necesidad de esta complicación pudiendo conseguirse el planteo de las condiciones de equilibrio atendiendo á las expresadas circunstancias por medio de las sencillas consideraciones que han sido desarrolladas en el texto.

# CAPÍTULO VI

## PUENTES DE FUERZA EQUILIBRADORA CONSTANTE.

Puente Derché.—Modificaciones propuestas por Peaucellier y Wagner.—Puentes de curvas sobre el tablero y sus derivados.—Puentes de contrapeso inferior al tablero.

**67. Puente Derché.—Descripción y maniobra.**—La disposición que vamos á describir fué propuesta por su autor en una memoria publicada en el *Memorial de l'Officier du genie*, tomo V, pág. 7 y con arreglo á ella se establecieron puentes levadizos en Osopo (1810) y en Palmanava (1812).

Consiste el mecanismo del puente en equilibrar la tensión variable de las cadenas de suspensión con contrapesos constantes cuyo brazo de palanca sea en cada posición del tablero el necesario para conseguir la igualdad de momentos de aquéllas y éstos. Como se vé en la fig. 76, la cadena de suspensión de cada lado se arrolla sobre una rueda ó tambor circular, con cuyo eje forma cuerpo una curva espiral á cuyo contorno se adapta otra cadena de la que pende el contrapeso $Q$: al arrollarse aquellas sobre los tambores se desarrollan las que soportan los contrapesos, haciendo que estos tengan diversos brazos de palanca dependientes de la forma encontrada por el cálculo para la espiral.

Ruedas de maniobra, distintas de las anteriores y montadas sobre el mismo eje de ellas, reciben en su garganta cadenas sin fin sobre las que se ejerce el esfuerzo necesario para subir y bajar el puente.

El mecanismo queda abrigado en nichos abovedados á prue-

ba, construidos á derecha é izquierda del paso, de tal modo que no impidan la circulación de carruajes.

**68. Equilibrio.**—Si $R$ representa el radio del tambor sobre el que se arrollan las cadenas de suspensión del tablero y $\rho$ el brazo de palanca del contrapeso en una posición cualquiera del sistema, es decir, una longitud tal como la de la perpendicular $O\,a$ bajada desde $O$ á la tangente vertical $a\,b$ á la curva buscada (fig. 77), tendremos para condición de equilibrio en una posición cualquiera

$$t'' \times R = Q \times \rho$$

y sustituyendo $t''$ por su valor

$$(M\,l \times N) + R = Q \times \rho. \qquad (1)$$

Designando por $l_n$ la longitud exterior de cadena cuando el puente se halla vertical y por $\alpha$ el ángulo de giro del tambor, al pasar aquél de dicha posición á la que consideramos, se tendrá

$$l = l_n + R\,\alpha,$$

valor que sustituido en **(1)** nos permite hallar para expresión de $\rho$

$$\rho = \frac{(M\,l_n + N)\,R}{Q} + \frac{M\,R^2}{Q}\alpha, \qquad (2)$$

que es el valor del radio de curvatura de una evolvente de la circunferencia de radio $\frac{M\,R^2}{Q}$.

Para demostrarlo consideremos (fig. 78) una evolvente $a\,b\,c\,d$ y el radio de curvatura $c\,c'$: sabido es que el punto $c'$ de tangencia con la circunferencia evoluta es el centro de curvatura de la evolvente en el punto $c$, y que designando por $\beta$ los ángulos tales como $a\,o\,c'$ formado por el radio que pasa por $c'$ con el correspondiente al punto $a$, se tiene

$$c\,c' = r\,\beta.$$

Si en vez de medir los ángulos á partir del radio $o\,a$, se cuen-

tan desde otro cualquiera $o\,b'$ que forma un ángulo $\omega$ con $o\,a$, representado por $\beta'$ los ángulos tales como $c'\,o\,b'$, se obtendrá:

$$(\mathbf{2'}) \qquad c\,c' = r\,(\omega + \beta') = r\,\omega + r\,\beta';$$

y en general la expresión del radio de curvatura puede adoptar la forma

$$\text{constante} + r\,\beta',$$

que es la misma que representa la fórmula (**2**).

**69. Cálculo de los diversos elementos de la evolvente.**—Lo que precede nos permite desde luego comprender cuál es la forma de la curva que satisfará á la condición de equilibrio. La cadena del contrapeso se mantiene siempre vertical y tangente á ella, de modo que la normal en el punto de contacto será horizontal, y su intersección con la vertical bajada desde $O$ determinará la longitud del brazo de palanca necesario para el equilibrio, igual al valor dado por la fórmula (**2**); desprendiéndose de todo ello que el referido punto de intersección será el de contacto de la normal con la circunferencia evoluta de radio $\frac{M\,R^2}{Q}$, ó sea el centro de curvatura de una evolvente de ella, que será la curva buscada.

Para determinar todos los elementos necesarios al trazado de la misma observaremos que el valor de $R$, radio del tambor en que se arrolla la cadena de suspensión del puente, viene determinado por dos condiciones: 1.ª que estas cadenas se arrollen por completo en una sola vuelta del tambor, á fin de que no se superpongan sus eslabones, y la 2.ª la impone la posición y forma de la curva de equilibrio; pues, como puede observarse examinando la figura, cuando haya girado el tambor 360.° á partir de la posición horizontal del tablero, en que es también horizontal el radio máximo $b\,b'$ de curvatura de la evolvente, la cadena de suspensión del contrapeso será tangente en $c$, y si el giro fuera de 90.° más la punta $b$ de aquélla chocaría contra las expresadas cadenas, inconveniente que sólo puede evitarse construyendo una curva de doble curvatura; pero las dificultades inhe-

rentes á esta construcción y los rozamientos que se originarían son causas bastantes para desecharla en absoluto.

Por las dos razones expuestas, y salvo algún caso que luego estudiaremos, se determina $R$ para que toda la cadena de suspensión se arrolle sobre el tambor en una sola vuelta, de modo que siendo $l_0$ la longitud exterior de cadena en la posición horizontal del tablero

$$\textbf{(3)} \qquad R \geqq \frac{l_0 - l_n}{2\pi},$$

entendiéndose que este valor es, en realidad, el del radio del tambor aumentado en el semi-espesor de las cadenas, observación que debe tenerse presente en todos los casos análogos (1).

En general se determina $Q$ por la condición de que en la posición horizontal del tablero $\rho = R$, lo que simplifica los cálculos; además, aun cuando la extremidad $b$ de la evolvente sobresale algo del contorno del tambor, es tan poco, que puede considerarse sencillamente comprendida toda ella dentro del círculo de radio $o\,a$; de todas las evolventes que pueden trazarse en el interior de este círculo, la indicada es la que exigirá menor contrapeso (2).

Con la hipótesis dicha se tiene:

$$t'' \times R = Q \times \rho_0; \qquad \textbf{(4)} \qquad t'' = M\,l_0 + N = Q$$

Las expresiones **(2)**, **(3)** y **(4)** permiten establecer para valor del radio $r$ de la evoluta

$$\textbf{(5)} \qquad r = \frac{M R^2}{Q} = \frac{M\,(l_0 - l_n)^2}{4\pi^2 (M\,l_0 + N)}$$

Para trazar la curva buscada bastará dividir la circunferen-

---

(1) Sin embargo, al calcular la espiral, puede prescindirse del espesor de las cadenas, y el aumento que resulta al brazo de palanca del contrapeso servirá para equilibrar las resistencias pasivas.

(2) Para que la evolvente quedara exactamente comprendida dentro del círculo de radio $o\,a$, habría que hacer $\rho_0 = \sqrt{R^2 - \frac{M R^2}{Q}}$ : la marcha de los cálculos sería la misma que exponemos más adelante.

cia de radio $r$ en $n$ partes iguales. trazar tangentes por los puntos de división y tomar sobre cualquiera de ellas la longitud $P$, la $R - \frac{2\pi r}{n}$ sobre la siguiente, la $R - \frac{4\pi r}{n}$ sobre la siguiente, y del mismo modo las $R - \frac{6\pi r}{n}$, $R - \frac{8\pi r}{n}$..... Este trazado puede comprobarse y completarse sujetando en un punto cualquiera de un cilindro recto de base circular y de radio $r$, un cordón flexible de longitud $R$, en cuyo extremo libre se dispone un lápiz: arrollando el cordón sobre el cilindro, el lápiz descubrirá la curva buscada de un modo continuo, en virtud de una propiedad bien conocida de las evolventes.

Trazada así la curva, hace falta orientarla perfectamente en su plano, de tal modo, que en la posición más baja del tablero, el radio de curvatura máxima, igual á $R$, quede horizontal y la cadena del contrapeso tangente en su extremidad $b$. A fin de conseguir la mayor exactitud posible en esta operación, será conveniente determinar *el ángulo de orientación*, llamando así al que el radio $o\,b'$ de la circunferencia, que en tal posición debe ser vertical, forma con el $o\,d$, pero este radio $o\,b'$ es análogo al designado por las mismas letras en la fig. 78, es decir, aquél á partir del cual se cuentan los ángulos $\vartheta'$ ó $\alpha$, y por consiguiente, examinando la extructura de las fórmulas (**2**) y (**2'**), se deduce que el valor del ángulo $b'\,o\,d$ será

$$\textbf{(6)} \qquad \omega = \frac{(M\,l_n + N)\,R}{Q} : r = \frac{M\,l_n + N}{R\,M},$$

habiendo puesto en lugar de $r$ su valor $\frac{M\,R^2}{Q}$ (1). El ángulo así obtenido se contará desde $o\,b'$ hacia la derecha.

Para fijar la evolvente al eje de giro, se hace uso de un manguito fundido con ella del mismo diámetro interior que aquél, y cuyo grueso puede impedir el aprovechamiento de la última porción de la espiral. Convendrá, por tanto, determinar el mínimo

(1) Al mismo resultado se llega observando que en el punto $d\rho = 0$, ya que en el fondo ésta marcha es idéntica á la que se ha seguido.

valor utilizable de $\rho$, á fin de cerciorarse de que la porción comprendida en el espesor del referido manguito es menor que $c\,d$: este valor de $\rho$ es el que corresponde á $\alpha = 0$, ó sea

$$\rho_n = \frac{(M\,l_n + N)\,R}{Q} = \frac{M\,l_n + N}{M\,l_0 + N} \times R \qquad (7)$$

Si este valor resultara demasiado pequeño para evitar el inconveniente expresado, se haría necesario adoptar un valor mayor para $\rho_0$ y menor para $Q$: al efecto sustituyendo en el primer miembro de la igualdad (**7**) el valor mínimo de $\rho$ que el manguito permite utilizar, deduciríamos el de $Q$, y de la condición

$$t'' \times R = Q \times \rho_0$$

el correspondiente de $\rho_4$, y de un modo análogo al expuesto todos los elementos de la evolvente.

**70. Evolvente mínima.**—Puede haber casos en que, siendo las dimensiones asignadas á la circunferencia del tambor y las que resulten para la evolvente ventajosas para la maniobra, la falta de espacio exija reducir las de la evolvente obligando al torno á girar más de 360° para el arrollamiento de la cadena exterior: no hay dificultad en conseguirlo observando que la evolvente puede girar 90° más sobre los 360 indicados, sin que su extremidad $b$ choque contra la posición extrema de la cadena del contrapeso, de modo que en este caso el valor de $R$ será

$$R = \frac{2\,(l_0 - l_n)}{5\,\pi}$$

y los demás elementos de la espiral se deducirán siguiendo la misma marcha indicada anteriormente, partiendo de la fórmula (**7**) en el caso de que el valor de $\rho_n$ no sea aceptable.

**71 Otras circunstancias que deben tenerse en cuenta.**—Para los cálculos que anteceden, hemos supuesto elevado el punto de enganche de las cadenas de suspensión, para que se verificara la condición $\beta = \alpha + \gamma$, ó bien colocada una polea en la vertical del eje de giro. Al tratar de generalizarlos para posi-

ciones cualquiera de uno y otra se presentan dificultades de que ya en otro lugar nos ocupamos, por efecto de las complicaciones de cálculo que resultan, y de las de ejecución á ella consiguientes, de donde resulta la necesidad imprescindible de adoptar siempre una de las dos disposiciones expresadas.

Pero á pesar de que operando en estas condiciones hemos podido tener en cuenta el peso de las cadenas de suspensión, hay que considerar otras circunstancias que influyen en el equilibrio, alterándole, sino se tienen en cuenta, en cantidades que, si insignificantes cada una por sí, reunidas pueden producir alteraciones bastante sensibles para que sea necesario tenerlas en consideración. Observemos en primer término, que el contrapeso no permanece constante, pues la cadena de suspensión de él, al desarrollarse de la espiral, aumenta con su peso el valor de $Q$: es bien fácil de eliminar esta causa de variabilidad añadiendo (fig. 79) una cadena enganchada en la parte inferior del contrapeso y que descanse en el fondo de la excavación practicada para recibir el mismo, ó bien quede suspendida en su extremidad inferior de unos ganchos empotrados en las paredes de la misma ó en las laterales del paso; esta cadena debe ser idéntica á la arrollada sobre la espiral, y el valor de $Q$ corresponde al contrapeso propiamente dicho, más el peso de las porciones $a\ b$ de cadena (1).

Si para conseguir una relación sencilla entre la tensión de las cadenas y su longitud exterior, se recurre á colocar una polea en la vertical del eje de giro del tablero, el momento resistente originado por su peso, queda aumentado en el debido al de la porción $c\ d$ (fig. 79), que se conservará constante durante todo el movimiento; pero según vimos (§ **51**), la influencia de éste peso se traduce en un aumento de tensión igual al peso de la proyección vertical de esta longitud de cadena, y por lo tanto, nos bastará para tomarlo en consideración aumentar en tal cantidad el valor de $t''$.

A fin de que el centro de gravedad de la espiral coincida con el eje de giro, y se evite la influencia de su peso en las diversas

---

(1) **Esta disposición ha sido propuesta por vez primera por el Capitán Creully.**

posiciones que toma durante la maniobra, se agregarán á la misma pequeños contrapesos dispuestos á la extremidad de una varilla (fig 80), cuya otra extremidad abraza el eje de la rueda de maniobra; el contrapeso es móvil en sentido longitudinal para facilitar la corrección, que se hace experimentalmente. Se conseguirá más exactitud empleando dos contrapesos de esta clase dispuestos sobre varillas en ángulo recto.

Finalmente, el peso de la porción de cadena que queda arrollada en la espiral, como el de la que se va arrollando sobre el tambor, ejerce también influencia en el equilibrio; pero aún cuando pueden tenerse en cuenta, y algunos autores así lo han considerado, es á costa de complicaciones en los cálculos y en las disposiciones del mecanismo, que se pueden omitir sin recelo por el pequeño valor que en la práctica alcanza el momento de los pesos indicados. Sin embargo, el momento del peso de la cadena arrollada en el contorno espiral puede compensarse de un modo práctico y sencillo, haciendo que la cadena sujeta en la parte inferior del contrapeso, en vez de descansar en una superficie horizontal, se repliegue apoyándose en el fondo de una excavación de forma curva convenientemente calculada.

**72. Observación.**— Pudiera ocurrirse la idea de arrollar las cadenas de suspensión sobre un tambor helizoidal, calculado de tal modo que tuviera lugar el equilibrio entre la tensión de la cadena exterior y el contrapeso, que actuaría con un brazo constante $R$; la curva helizoidal habrá de satisfacer la condición de que el desarrollo de una parte cualquiera de ella fuese igual á la longitud de cadena exterior que sobre la misma habría de arrollarse. Llamando $\rho'$ los nuevos brazos de palanca, se tendrá la ecuación

$$Q \times R = \rho' \ (M\,l + N)$$

que multiplicada ordenadamente por la **(1)** dará

$$\rho' = \frac{R^2}{\rho}.$$

Se vé, según esto, que en la posición vertical del tablero $\rho'$

tiene un valor máximo muy grande, lo que impediría hacer el completo arrollamiento de la cadena en una sola vuelta y dar, por tanto, una forma plana á la espiral, produciéndose los rozamientos consiguientes.

**73. Curva descrita por el contrapeso.** — En muchas ocasiones será necesario determinar la curva descrita por el contrapeso para practicar convenientemente la excavación donde ha de alojarse en sus posiciones bajas, ó con otro motivo cualquiera.

Tomemos como ejes coordenados los que pasan (fig. 79) por el punto *o* de suspensión del contrapeso, y observemos que la longitud de cadena desarrollada de la espiral, después de girar ésta un ángulo $\alpha$, á partir de la posición inicial, es el valor de la ordenada $y$, siendo $x$ igual á la variación que experimenta en el mismo intervalo el radio de curvatura; pero examinando la figura 78 deducimos, que la longitud de un elemento de evolvente en el punto *c*, por ejemplo, es

$$c\,c' \times d\,\beta = r\,\beta \times d\,\beta$$

y, por lo tanto, la longitud del trozo, cuyos extremos corresponden á los radios de curvatura inicial $\rho_o$ y $\rho$ definido por el ángulo $\alpha$, se obtendrá integrando la expresión anterior entre los límites $2\pi + \omega$ y $2\pi - \alpha + \omega$. Podremos establecer en consecuencia

$$y = \int_{2\pi-\alpha+\omega}^{2\pi+\omega} r\,\beta\,d\,\beta = \frac{r}{2}\left((2\pi+\omega)^2 - (2\pi+\omega-\alpha)^2\right) = \rho_o\,\alpha - \frac{r}{2}\,\alpha^2$$

$$x = r\,\alpha$$

eliminando $\alpha$ entre ambas ecuaciones se tendrá la de la curva

$$x^2 - 2\,\rho_o\,x = -2\,r\,y,$$

que representa una parábola, cuyo eje es vertical y tiene por ecuación $x = \rho_o$, es decir, que pasa por el centro de la circunferencia evoluta, siendo la ordenada $y$ del vértice

$$y = \frac{\rho_o^2}{2\,r}.$$

El punto más bajo á que llega el contrapeso, que es el que más interesa conocer, viene dado por los valores $x$ é $y$ para $\alpha = \frac{l_o - l_n}{R}$

$$y = \rho_o \times \frac{l_o - l_n}{R} - \frac{r}{2}\left(\frac{l_o - l_n}{R}\right)^2$$

$$x = r\,\frac{l_o - l_n}{R}$$

que se simplifican con facilidad en el caso particular $R = \rho_o$ y $\frac{l_o - l_n}{R} = 2\pi$ resultando

$$y = 2\pi R - 2\pi^2 r,$$

$$x = 2\pi r.$$

**74. Detalles de construcción.** — La ligera descripción que ha encabezado el estudio de este puente, permite formarse idea de la manera cómo está dispuesto generalmente. La evoluta puede colocarse en su radio máximo, á la derecha de la vertical del eje de giro en la posición inicial del tablero (figuras 76 y 77,) ó en dirección contraria.

La disposición de la cadena de suspensión se sujetará en ambos casos á que su momento sea de signo contrario al de contrapeso, y la primera disposición parece preferible, si se coloca polea de cambio en la vertical del eje de muñones, para no elevar exageradamente el tambor circular. También puede ser necesario hacer pasar las cadenas de los contrapesos á medida que se desarrollan de las espirales, por las gargantas de dos poleas circulares de cambio, establecidas á cierta distancia, como por ejemplo, cuando las curvas de equilibrio hayan de colocarse bastante bajas y no se puedan practicar pozos para recibir los contrapesos: tal disposición, que no es recomendable por el aumento de resistencias pasivas que produce, no puede dar lugar á dificultades en el trazado de las espirales, después de cuanto se se ha dicho.

Las ruedas de maniobra pueden montarse sobre el mismo

eje, y éste se colocará entonces á una altura suficiente para no impedir la libre circulación de los vehículos, sin exponer demasiado el mecanismo á las vistas y fuegos del exterior, y si esto no se puede conseguir se monta cada mitad del mecanismo sobre un eje, lo cual, aunque tiene el ya conocido inconveniente no hacer solidarias dichas mitades, disminuye los rozamientos. Las espirales se montan en las extremidades del eje lo bastante separadas del tambor para que los contrapesos no impidan la maniobra al descender.

En algunas ocasiones se han colocado los tambores á un metro sobre el terreno natural, practicando pozos para el descenso de los contrapesos, y las ruedas de maniobra se mueven entonces directamente á brazo ó por medio de engranajes. Esta disposición obliga á colocar polea de cambio en la vertical del eje de giro y no es recomendable.

Las espirales pueden hacerse de madera (fig. 81), de hierro forjado ó de fundición (fig. 82), siendos estás últimas las empleadas para las construcciones permanentes. Se funden ó forjan de una sola pieza y se fijan al eje por medio de clavijas de madera ó de hierro, estando constituídas generalmente por una llanta, cuatro radios y el núcleo central; su contorno está practicado en forma de garganta de polea como las ya vistas (§ 5), ó simplemente limitado por dos rebordes de hierro forjado, en cuyo caso convendrá emplear para las cadenas el sistema á la Vaucason. Estas cadenas se sujetan á un gancho establecido en el contorno de la espiral, si es de hierro, y si es de madera á un collar de sección cuadrada que se introduce en el eje de maniobra.

Para hacer completamente solidarios la espiral y el tambor circular se emplean barras de hierro (fig. 83), que enlazan los radios de una y otro.

La mejor disposición para los contrapesos consiste en una série de discos circulares de fundición, superpuestos y atravesados por una varilla cilíndrica de hierro terrajada en su parte inferior para poder recibir una fuerte tuerca.

**75. Análisis del sistema.**—El puente Derché es sin duda alguna uno de los más prácticos é ingeniosos que se han ideado;

su construcción es sencilla y sólida; el cálculo de sus elementos puede hacerse con grande exactitud y sin que resulten complicaciones de ninguna clase; la maniobra es cómoda y exenta de peligros; todo el mecanismo puede quedar á cubierto y ocupa poco espacio en cualquier sentido. Por todas estas razones su empleo se ha generalizado en extremo y es uno de los que con más frecuencia se han construído modernamente, hallándose establecido en muchas obras en nuestro país.

No puede desconocerse, sin embargo, que en ciertos casos no podrá establecerse por falta de espacio para las piezas superiores de la maniobra; la reparación no es fácil en caso de romperse una de las espirales, á menos que no se tenga la precaución de tener alguna de repuesto; y finalmente, uno de sus mayores defectos consiste en que las alteraciones de equilibrio producidas por el trascurso del tiempo ó errores de ejecución, no son fáciles de reparar, pues exigen la modificación de la espiral y el contrapeso.

**76. Modificación de Peaucellier y Wagner.**—Obsérvese que la serie de operaciones que hemos realizado para determinar los elementos de la espiral del puente Derché, no ha consistido en definitiva, sino en identificar la fórmula general del radio de curvatura de una evolvente, *constante* $+ r\beta'$, con el segundo miembro de la ecuación (**2**). De esta identificación hemos deducido que,

$$r = \frac{M R^2}{Q}$$

y que la constante tiene por valor

$$\frac{(M l_n + N) R}{Q}$$

La evolvente así determinada permite satisfacer á la condición de equilibrio (**1**) independientemente de $l$ ó de $\alpha$, si es el valor de ésta el que se toma como variable.

En estas condiciones, y hallado el valor de $Q$ por la fórmula

(**4**), el de $r$, radio de la evoluta, queda completamente determinado, y lo mismo ocurre con el ángulo $\omega$ de orientación de la evolvente, de modo que, si se traza ésta para un tablero de un cierto peso y dimensiones, no podrá utilizarse para otro ni para cuando varíe el peso del propuesto por efecto de las influencias atmosféricas. Vamos á indicar ahora una disposición en la que se consigne el equilibrio con un mismo mecanismo para cualquier tablero, sin necesidad de alterar más que el contrapeso, y de ningún modo la forma de la espiral.

La condición de equilibrio (**1**) puede expresarse también por

$$(M\,l_n + N)\,R + M\,R^2\,\alpha = Q \times \rho$$

si consideramos que $\rho$ sea el radio de curvatura de una evolvente de círculo de radio $r$ cualquiera, y $\omega$ su ángulo de orientación *b o d*, tendremos

$$(8) \qquad (M\,l_n + N)\,R + M\,R^2\,\alpha = Q\,(r\,\omega + r\,\alpha)$$

condición de equilibrio que, habiéndose de verificar para cualquier valor de $\alpha$ debe sustituirse por los siguientes:

$$(9) \qquad (M\,l_n + N)\,R = Q\,.\,r\,\omega$$

$$(10) \qquad M\,R^2 = Q\,.\,r\,.$$

Si, como hemos dicho, el radio $r$ es arbitrario y no el que correspondería á una evolvente calculada por el método antes explicado, podemos satisfacer la condición (**10**) dando á $Q$ el valor necesario para ello, es decir, haciendo

$$Q = \frac{M\,R^2}{r};$$

pero en general, la igualdad (**9**) no se verificará por este valor, y la condición de equilibrio que representa será imposible de satisfacer (1).

Pero si en el segundo miembro de esta condición introduci-

---

(1) Alterando el valor de $\omega$ se podría realizar la condición (9), pero las dimensiones restringidas de la espiral no permiten recurrir á este medio.

mos un sumando constante cuya magnitud podamos alterar fácilmente, la igual (**10**) seguirá siendo la misma, pues solo hace referencia á los términos dependientes de $\alpha$, y mediante un valor conveniente del sumando que acabamos de indicar, podemos conseguir que se realice la condición (**9**) por el valor de $Q$ que verifica la (**10**).

El modo más sencillo de introducirse nuevo sumando de que hablamos, consiste en añadir (fig. 84) un contrapeso $Q'$ de brazo de palanca constante durante todo el movimiento del tablero, contrapeso que puede ir suspendido de una cadena arrollada á un tambor del mismo eje que el de las cadenas de suspensión y de radio $r'$.

Estableceremos, pues, como nueva condición de equilibrio

$$(M\,l_n + N)\,R + M\,R^2\,\alpha = Q\,(r\,\omega + r\,\alpha) + Q' \times R'$$

y las (**9**) y (**10**) serán ahora

$$\textbf{(11)} \qquad (M\,l_n + N)\,R = Q \times r\,\omega + Q' \times R'$$

$$\textbf{(12)} \qquad M\,R^2 = Q\,r$$

Determinado el valor de $Q$ por la ecuación (**12**) podemos disponer del de $Q'$ de tal modo, que se verifique la (**11**), y esto cualquiera que sean $r$ y $\omega$; es decir, que dada una evolvente de círculo cualquiera quedará asegurado el equilibrio del puente sin más que determinar convenientemente $Q$ y $Q'$, lo que permitirá aplicar un mismo mecanismo á diversos tableros, ventaja considerable, no solo para efectuar las correcciones sin alterar la espiral, sino también para utilizar aquél cuando sea necesario reemplazar el tablero por su deterioro ó por otra circunstancia cualquiera.

Los valores de $Q$ y $Q'$ deducidos de (**11**) y (**12**) son

$$Q = \frac{M\,R^2}{r}, \quad Q' = \frac{R}{R'}\,[N - M\,(R\,\omega - l_n)].$$

Es conveniente observar que aun cuando la cadena de que pende $Q'$ se arrolle alguna vez en el mismo tambor que la de sus-

pensión (como puede hacerse para mayor sencillez en el mecanismo), $R$ y $R'$ no serán iguales en general, pues, según ya hemos dicho, deben tomarse estos valores como los del radio de dicho tambor, aumentados en el semiespesor de las cadenas, que no hay razón alguna para que sea el mismo en las de suspensión del tablero y en las del contrapeso $Q'$. Por lo demás las simplificaciones que produciría la igualdad de $R$ y $R'$ son bien fáciles de establecer en los cálculos anteriores y en los que más adelante desarrollaremos.

El descenso del contrapeso correspondiente á la espiral, es el mismo que ya calculamos; el correspondiente al del tambor será

$$y' = (l_0 - l_n)\frac{R}{R'}$$

Como no hay precisión de que $R$ y $R'$ sean iguales, podemos disponer en absoluto del descenso de $Q$ como del de $Q'$, lo que servirá en algunos casos para dispensarse de la ejecución de pozos para alojamiento de los contrapesos.

Vemos, pues, que la sencilla modificación que acabamos de indicar, permite una variedad de combinaciones tal que el mecanismo Derché podrá adaptarse á casi todas las exigencias que en la práctica puedan presentarse relativas al espacio que debe ocupar en sentido de la altura y longitud del paso (1).

## 77. Otra disposición propuesta por Peaucellier y

(1) Si se prescinde del peso de las cadenas de suspensión y se considera que éstas se hallan á 45° cuando el puente está horizontal, lo que equivale á suponer $l_n = 0$, la condición (9) se satisfará haciendo $\omega = 0$, y como la única condición es en este caso la (10), se vé que alterando convenientemente el valor de $Q$ se puede conseguir con una espiral cualquiera el equilibrio del puente. En este caso, que se encuentra consignado en la Memoria de Derché (*Memorial de l'officier du Genie*, núm. 5, 1822), es muy fácil demostrar que las espirales correspondientes á tableros cualesquiera, son curvas semejantes y semejantemente dispuestas; pero prescindimos de esta demostración, pues aparte de que no es recomendable la colocación á 45° de las cadenas por las razones en otro lugar expuestas, el resultado á que se llega deja de ser exacto en cuanto se tienen en cuenta, como es debido, el peso y flexibilidad de las cadenas de suspensión.

**Wagner.**—La modificación al sistema Derché que hemos explicado, convendrá aplicarla, en general, cuando se trate de modificar el tablero de un puente y quiera utilizarse el mecanismo que primitivamente se construyera; pero si se trata de un puente nuevo, será en la mayor parte de los casos más conveniente recurrir á lo que vamos á describir, por las ventajas que expondremos.

Supongamos el puente á 45° con la horizontal y equilibrémosle en esta posición con un contrapeso $Q'$ suspendido de una cadena arrollada á un tambor de radio constante $R$, que puede ser el mismo sobre el que se arrollan las de suspensión; sea $l_m$ la longitud exterior de cadena en este momento, $\alpha_1$ y $\alpha_2$ los ángulos de giro del tambor para hacer pasar el tablero de dicha posición media á otras dos cualesquiera inferior y superior á ella respectivamente, $l_1$ y $l_2$ las longitudes variables de la porción exterior de las cadenas de suspensión correspondientes á posiciones del tablero que formen con la horizontal ángulos menores y mayores de 45°, $\rho_1$ y $\rho_2$ los brazos de la palanca, también variables, que en dichas posiciones ha de tener un segundo contrapeso $Q$ para asegurar en unión de $Q'$ el equilibrio del sistema. Podemos establecer las ecuaciones siguientes:

$$\textbf{(13)} \quad \begin{cases} (M\,l_m + N)\,R = Q' \times R, \\ (M\,l_1 + N)\,R = Q' \times R + Q \times \rho_1 \\ (M\,l_2 + N)\,R = Q' \times R + Q \times \rho_2 \end{cases}$$

y observando que

$$l_1 = l_m + R\,\alpha_1$$

$$l_2 = l_m - R\,\alpha_2$$

se tendrá:

$$\textbf{(14)} \quad M\,R^2\,\alpha_1 = Q\,\rho_1$$

$$\textbf{(15)} \quad -M\,R^2\,\alpha_2 = Q\,\rho_2$$

cuyas igualdades nos indican, que, la cadena del contrapeso $Q$ debe arrollarse según el contorno de dos evolventes del círculo

del radio $\frac{M P^2}{Q}$, dispuestas de modo que el momento de $Q$ sea positivo para todas las posiciones del tablero que formen un ángulo menor de 45° con la horizontal y negativo para los que lo formen mayor, anulándose en la posición media.

La disposición de las curvas que satisface estas condiciones es la que indican las figuras, 85, 86 y 87, que corresponden á las posiciones media y extremas del tablero: son dos evolventes simétricas, colocadas de tal modo, que, para la posición del tablero á 45° el valor del brazo de palanca de $Q$ es cero; el ángulo $a\,o\,b$ que mide la orientación de las mismas es, según esto, igual á $2\,\pi$ menos la mitad del que mide el giro total de la evolvente entre las dos posiciones extremas del tablero, cuyo giro es también el del tambor de arrollamiento de las cadenas de suspensión.

**78. Cálculo de los diversos elementos de las evolventes.**—El semi-ángulo de giro es igual á $\pi + a\,o\,c$, de modo que designándolo por $\frac{\varphi}{2}$ se obtendrá

$$\frac{\varphi}{2} = ac = ao \,.\, tg\, aoc \qquad r \,.\, \frac{\varphi}{2} = r \,.\, tg\, \frac{\varphi}{2}$$

$$tg\, \frac{\varphi}{2} = 4{,}4934 \qquad \frac{\varphi}{2} = 257° 27'$$

$$\varphi = 514° 54'$$

de manera que el giro total $\varphi$ que permite el empleo de la doble evolvente es de unos 515°, en tanto que con la evolvente sencilla era á lo sumo de 450, circunstancia que permitirá disminuir el radio $R$ del tambor de arrollamiento de las cadenas de suspensión.

El ángulo de orientación será por todo lo dicho,

$$360° - 257° 27' = 102° 23'$$

El radio $R$ del tambor debe ser tal, que

$$R \times 8{,}9868 = l_0 - l_n$$

$$R = 0{,}1113\,(l_0 - l_n)$$

el valor de $Q'$ será deducido de la condición (**13**)

$$Q' = M\,l_m + N = M\,\frac{l_0 + l_n}{2} + N$$

puesto que,

$$l_m = \frac{l_0 - l_n}{2} + l_n = \frac{l_0 + l_n}{2}$$

El de $Q$, observando que, $\rho_1 = r\,\alpha_1$ se obtiene de la (**14**) ó (**15**)

$$M\,R^2\,\alpha_1 = Q \times \rho_1 = Q\,r\,\alpha_1, \quad Q = \frac{M\,R^2}{r}$$

en la que $r$ es arbitrario.

Las condiciones de equilibrio (**13**), (**14**) y (**15**) dependiendo de $Q$ y $Q'$ pueden ser satisfechas sin más que dar á los contrapesos valores convenientes, según los que tengan $M$, $N$, $R$, $l_0$ y $l_n$, es decir, que con un mismo mecanismo se podrá, sin más que variar aquéllos, conseguir el equilibrio de distintos tableros.

Al construir un puente nuevo se puede determinar $r$ por la condición de que la doble evoluta quede inscrita en el círculo, sección recta del tambor, es decir, que se hará

$$\overline{a\,c}^2 + \overline{0\,a}^2 = R^2, \quad \frac{r^2\varphi^2}{4} + r^2 = R^2$$

En cuanto á la carrera del contrapeso $Q$ comprende dos partes simétricas con respecto á la vertical del eje de giro, y las coordenadas de su posición más baja son:

$$\int_0^{\frac{\varphi}{2}} r\,\beta\,d\beta = r\,\frac{\varphi^2}{8} \qquad x = r\,\frac{\varphi}{2}$$

La carrera de $Q'$ se halla lo mismo que en el caso anterior.

**79. Observación.**—En este caso como en el que ya estudia-

mos de espiral mínima, (§ **70**) la cadena se arrolla sobre el tambor dando más de una vuelta en el mismo: es, pues, necesario practicar en este una ranura helizoidal, ó bien hacer de modo, que en la primera parte de la revolución del torno la cadena del tablero que se arrolla sobre él, sea doble, á fin de que durante el resto de su rotación, la parte restante se coloque entre los dos ramales de la primera, en cuyo caso se debe tener cuidado de que el peso del metro lineal de cadena doble sea el mismo que el de la sencilla, sin lo cual las fórmulas dadas no serían aplicables. Pueden aun no realizándose esta condición, deducirse con facilidad las correspondientes á este caso (1), pero creemos preferible, por lo sencilla, sujetarse á la condición ya expresada, ó recurrir á una ranura helizoidal en el tambor.

**80. Detalles de construcción.**—Son análogos á los explicados para el puente Derché: el mecanismo queda abrigado de los fuegos verticales colocándolo en nichos abovedados á prueba; los contrapesos están separados por una reja de hierro del espacio destinado á los que han de efectuar la maniobra, alejando así todo peligro de que fueran alcanzados por un contrapeso en el caso de ruptura de las cadenas, lo cual es uno de los inconvenientes achacados al sistema Derché.

**81. Análisis de estas modificaciones.**—Ambas presentan desde luego la ventaja de poderse adaptar á tableros de peso cualquiera sin más que variar el valor de los contrapesos; como ya se ha dicho, pueden adaptarse á todas las circunstancias locales, por la facilidad de disponer de sus diversos elementos; las rectificaciones no exigen más que la modificación de los contrapesos, pero en la primera disposición indicada, como no es posible separar la acción de los contrapesos $Q$ y $Q'$, se hace necesario recurrir á mediciones directas para rehacer los cálculos ó á tanteos largos y penosos; de aquí que ésta encontrará su principal aplicación cuando se trate de poner en buen uso un puente antiguo ó variar el tablero del mismo.

---

(1) *Memorial de l'Officiere du Genie*, núm. 18, Pág. 138.

La segunda disposición descrita se rectifica con extraordinaria sencillez, como luego veremos, y no hay necesidad de rehacer ningún cálculo cuando varíe el peso del tablero. Se evita, pues, con ella el inconveniente que señalamos para el puente Derché ordinario y disfruta de todas las ventajas inherentes al mismo, pues el aumento de complicación que produce la existencia de dos contrapesos (1) no nos parece que merezca la pena de tomarse en cuenta.

Esta disposición fué aplicada por M. Peaucellier en la plaza de Toul, pero creemos se halla en general poco extendida, aunque en nuestro concepto es tan sencilla bajo todos puntos de vista como la de los puentes de báscula inferior, y en muchos casos puede ser de aplicación más conveniente.

**82. Rectificación de los puentes levadizos á la Derché.**—Al establecer un puente Derché ordinario, es preciso cerciorarse de la absoluta exactitud del trazado del contorno de la espiral, utilizando para ello una plantilla cuidadosamente ejecutada; al ponerla en obra se pondrá especial cuidado en orientarla debidamente, con arreglo á los resultados obtenidos por el cálculo.

En caso de que errores y defectos de construcción ó modificaciones producidas por las influencias atmosféricas en el tablero altere el equilibrio, no queda para restablecerlo otro recurso que el de variar las dimensiones de la espiral. Para ello se podría introducir provisionalmente en la maniobra una espiral de madera cuyos radios vectores aumentarían ó disminuirían hasta conseguir que en un cierto número de posiciones, el mayor po-

(1) Este es el inconveniente que se le achaca en la obra ya citada de Caveglia y Gabba, en la que se menciona esta disposición, aunque sin describirla. En ella y en la *Mecánica* de H. Rezal, tomo VI, es donde únicamente hemos visto citada esta disposición; la teoría no la desarrolla ninguno de los expresados autores, y únicamente se encuentra expuesta en la Memoria M. M. Peaucellier y Wagner, aunque la sobriedad con que la presentan sus autores es algo excesiva y puede haber contribuído á que esté poco difundida esta disposición. Tal como está desarrollada en el texto, tiene, en nuestro concepto, la ventaja de relacionarla con la del puente Derché ordinario, del que deriva.

sible, tuviera lugar el equilibrio, lo que se conocerá cuando en cada una de ellas un ligero aumento ó disminución del radio vector produzca sucesivamente el movimiento del puente en sentidos contrarios. Convendrá proceder desde la posición vertical á fin de operar siempre con brazos de palanca crecientes á partir del origen de la espiral. También puede corregirse ésta enso de necesidad por medio de pequeños suplementos fijos con tornillos.

Determinados así un número suficiente de brazos de palanca, se formará el contorno verdadero de la evolvente por medio de una cinta metálica flexible fija sólidamente por una de sus extremidades en el origen de la espiral y regulando su forma por medio de un número suficiente de cuñas sujetas á la cinta y á la garganta de aquélla por medio de tornillos

Claro es que antes de realizar las operaciones de corrección deben engrasarse perfectamente los ejes de giro de todas las piezas y limpiarlas en todas las partes sujetas á rozamiento, á fin de eliminar en lo posible la influencia de las resistencias pasivas.

Estas operaciones no dejan de ser largas y penosas, y en ocasiones pueden exigir tales modificaciones que la rectificación resulte poco práctica. Por esta razón, consideramos en general preferible, cuando se trata de reparar un puente viejo, aplicarle la primera de las modificaciones propuestas por Peaucellier y Wagner, midiendo las dimensiones necesarias para proceder al cálculo de $Q$ y $Q'$ con arreglo á lo dicho.

Las dimensiones que hay que medir pueden limitarse á los valores necesarios para determinar $r$ y $\omega$, cantidades fáciles, siempre de determinar prácticamente; al efecto, se coloca el puente vertical y por medio de dos plomadas se determina el brazo de palanca del contrapeso $Q$ en esta posición, haciendo lo mismo para cuando se halle horizontal y llamando $H$ y $H'$ los brazos de palanca obtenidos se establecerán las ecuaciones

$$r\,\omega = H, \qquad r\,(\omega + \alpha) = H';$$

determinando también por medición directa el ángulo $\alpha$ de giro del tambor, operación no menos fácil que las anteriores, que puede realizarse directamente ó mediante la observación de las

longitudes de cadena exterior en ambas posiciones (procedimientos que se comprobarán mútuamente), cuyas ecuaciones sirven para deducir los valores de $r$ y $\omega$.

Hecho esto, se coloca el puente vertical, se quita el contrapeso $Q$ y la cadena de que pende y se establece el equilibrio añadiendo pesos conocidos al $Q'$; colócase después á 45.° y se vuelven á añadir pesos hasta obtener nuevamente el equilibrio. Designando por $Q''$ y $Q'''$ los nuevos valores de $Q'$ y por $l_m$ la longitud exterior de cadena en la posición media, tendremos:

$$(M\, l_n + N)\, R = Q'' \times R'$$

$$(M\, l_m + N)\, R = Q''' \times R';$$

de cuyas ecuaciones deducimos los valores de $M l_m + N$ y $M l_n + N$; podemos, por lo tanto, establecer las dos ecuaciones siguientes, en que todo es conocido á excepción de $Q$ y $Q'$, que quedarán determinadas por consiguiente

**(16)** $$(M\, l_n + N)\, R = Q \times r\, \omega + Q' \times R'.$$

**(17)** $$(M\, l_m + N)\, R = Q \times r\, (\alpha_m + \omega) + Q' \times R',$$

siendo $\alpha_m$ el ángulo de giro del tambor al pasar de la posición vertical á la media, ángulo fácil de medir directamente.

Las posiciones escogidas pudieran ser otras cualquiera, pero aquéllas presentan ventajas que las hacen preferibles: en primer término, hallándose bastante separadas una de otra, no exigirán, sin embargo, añadir tanto peso adicional al contrapeso $Q'$, como otras cualesquiera que se hubieran escogido; además como el procedimiento explicado sirve para reparar un puente antiguo, hemos de considerar que se trata siempre de la disposición que corresponde á polea de cambio situada en la vertical del eje de giro, pues la disposición de punto de amarre elevado sobre el tablero ya hemos dicho que ha sido poco empleada; pero en estos casos el cálculo numérico demuestra que la existencia de las resistencias pasivas obliga á considerar la tensión con un exceso de valor sobre el teórico, próximamente el mismo para las posiciones media y final, de modo que si deducimos el valor de $Q$ por

sustracción de las ecuaciones (16) y (17), lo obtendremos independiente del valor de dichas resistencias, ó á lo menos con muy poco error. El valor de $Q'$, deducido de cualquiera de dichas ecuaciones, excederá al teórico en el valor de dichas resistencias pasivas al final de la maniobra ó á la mitad de ellas; pero como en estos casos aquéllas son menores que al principio de la misma, no habrá inconveniente en ello; pues aun en el caso que fuera necesario disminuir el momento de la potencia, ya se sabe que esta disminución habría de recaer toda sobre el contrapeso $Q'$, toda vez que el $Q$ tiene el mismo valor que le hubiera asignado la teoría, prescindiendo de las repetidas resistencias pasivas.

La segunda modificación propuesta por Peaucellier y Wagner, presenta la gran ventaja de permitir la rectificación del equilibrio con sencillez extremada y sin necesidad de los ligeros cálculos que antes se han expuestó. Basta, en efecto, una vez colocado el aparato en obra con la orientación conveniente, ó rectificada ésta con mucho esmero, colocar el puente á 45°, de tal modo que la doble evolvente tome la posición (fig. 86); eliminada así la influencia de contrapeso $Q$, se establecerá el equilibrio modificando únicamente el $Q'$ y después en otra posición cualquiera se variará el $Q$ solamente, obteniéndose de este modo el equilibrio indiferente deseado. Esta rectificación es, como se vé, tan sencilla como la de un puente de báscula inferior.

**83. Puentes de curvas sobre el tablero.—Descripción y maniobra.**—Al ocuparnos de la clasificación de los puentes levadizos digimos que se podía conseguir su equilibrio empleando un contrapeso constante y haciendo variar las componentes de la resistencia en dirección de las cadenas de suspensión. En estas ideas está fundado el tipo de puente que representa la fig. 88: las cadenas de suspensión se adaptan al contorno de curvas convenientemente calculadas, sujetas á los largueros laterales del tablero y su tensión permanece constantemente igual á la producida por un contrapeso unido á la extremidad interior de las cadenas, después de haberlas hecho pasar por el contorno de una ó más poleas, establecidas en la parte superior del paso.

La maniobra es análoga á la del puente Derché.

**84. Equilibrio.**—Designando por $R$ el brazo de palanca $O\,E$ (fig. 89) de la tensión de las cadenas $A\ B$, originada por el contrapeso $Q$, se tiene en la posición horizontal:

$$R \times Q = P.\,d\cos\beta$$

el valor $R'$ de $R$ en otra posición cualquiera se determinará por la condición

$$R' \times Q = P.\,d\cos(\Omega - \beta) = \frac{Q \times R}{\cos\beta}\cos(\Omega - \beta)$$

que nos da

$$R' = \frac{R\cos(\Omega - \beta)}{\cos\beta}$$

asignando distintos valores á $\Omega$ se determinarán los correspondientes de $R'$; con ellos como radios, y desde $O$ como centro se trazarán circunferencias, y las tangentes trazadas desde $B$ á las mismas representarán las direcciones sucesivas de las cadenas de suspensión.

De aquí se deduce un procedimiento de construcción por puntos de la curva buscada. Sea, en efecto, fig. 90 $A\,D$ el círculo de radio $R$ correspondiente á la posición inicial $O\,C$ del tablero: el punto $A$ de tangencia con la recta $A\,B$ es el más alto de la curva; para otra posición cualquiera sea $A'$ el punto de tangencia del círculo de radio $R'$ á ella corresponde con la recta $B\,A'$: si suponemos derecho el giro $C\,O\,C'$, el punto $A'$ ocupará una posición $A''$, fácil de determinar tomando $D''\,A'' = D'\,A'$; trazando la perpendicular al radio $O\,A''$ ésta será la posición de la tangente $A'\,B$ cuando el tablero esté horizontal, y de la misma manera determinaríamos cuantas tangentes á la curva buscada se consideraran necesarias para que sus intersecciones sucesivas nos permitieran trazarla con suficiente exactitud.

Como vemos, el punto $B$ no puede quedar muy retrasado con respecto á la vertical que pasa por $O$, pues esto exigiría dar á las curvas una altura exagerada, por lo cual se sitúa comunmente

sobre la dicha vertical estableciendo una polea de cambio (fig. 89): en este caso, y suponiendo $O$ el valor de $\beta$, puede construirse la curva por otro procedimiento, fundado en una propiedad notable, que indicaremos por ser la base de la disposición de otro puente.

Esta propiedad es la que, en las condiciones indicadas, el punto $A$ en que la prolongación de la cadena tangente á las curvas corta al tablero (punto que llamaremos de enganche ficticio) describe, si el sistema está en equilibrio, un arco de círculo cuyo centro $D$ queda determinado por la intersección de la perpendicular $A\,D$ á la dirección inicial $A\,B$ de las cadenas de suspensión con la vertical $B\,O$.

Para demostrarlo, descompongamos el peso $P$ del tablero en dos componentes que actúen en $C$ y $O$; la segunda queda destruída por la resistencia del eje, y llamando $P'$ á la primera, tendremos que para el equilibrio se ha de verificar en una posición cualquiera $O\,C'$:

$$(1) \qquad P' \times O\,F = Q \times O\,E'$$

El valor de $Q$ ha de ser tal que en la posición horizontal

$$Q \times O\,E = P' \times O\,C \qquad Q = \frac{P' \times OC}{O\,E} = \frac{P' \,.\, c}{O\,E},$$

llamando $c$ á la magnitud $O\,C$.

La semejanza de los triángulos $O\,B\,E$ y $O\,A\,B$ permite transformar la expresión anterior como expresan las relaciones siguientes:

$$\frac{OB=b}{OE} = \frac{AB=\sqrt{\overline{OA}^2+\overline{OB}^2} = \sqrt{a^2+b^2}}{OA=a}$$

$$Q = P' \,.\, c\,\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a\,b}$$

Determinemos ahora los brazos de palanca $O\,F$ y $O\,E'$ en función de las coordenadas $x$ é $y$ del punto $A'$: tendremos desde luego, siendo el sistema de ejes $C'\,O\,B$:

$$\frac{OF}{x}=\frac{c}{\sqrt{x^2+y^2}} \qquad OF=\frac{cx}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

Por otra parte se tiene:

$$\text{Sup. } OA'B=\frac{1}{2}b\times x=\frac{1}{2}A'B\times E'O=\frac{1}{2}E'O\sqrt{x^2+(b-y)^2}$$

$$E'O=\frac{bx}{\sqrt{x^2+(b-y)^2}}$$

Sustituyendo los valores de $Q$, $OF$ y $OE'$ en la condición de equilibrio (1) obtendremos, después de efectuar las operaciones necesarias

$$a^2b^2-2a^2by-b^2y^2-b^2x^2=0$$

que dividida por $b^2$ y sumando y restando $\frac{a^4}{b^2}$ se transforma en

$$x^2+\left(y^2+\frac{a^2}{b}\right)=a^2+\frac{a^4}{b^2},$$

condición á que deben satisfacer las coordinadas $x$ é $y$ del punto $A'$ de enganche ficticio y que indica que dicho punto debe hallarse sobre la circunferencia de radio $\sqrt{a^2+\frac{a^4}{b^2}}$ cuyo centro tiene por coordenadas $O$ y $\frac{a^2}{b}$, es decir, que coincide con el punto $D$ antes citado, puesto que

$$OA^2=OD\times OB \qquad a^2=OD\times b.$$

Como resultado de este análisis podemos deducir que para determinar un punto cualquiera de la curva se describirá desde $D$ como centro el arco de círculo $MA'N$, se determinará su punto de intersección $A'$ con la línea $OC'$ que representa una posición cualquiera del tablero, y dicho punto se unirá con $B$; por $O$ se trazará á $BA'$ la perpendicular $OE'$ y se efectuarán después las operaciones ya explicadas (fig. 90).

**85. Análisis del sistema.**—El mayor Gratry, en su obra sobre puentes móviles, impresa en 1868, dice que este puente no había sido sometido á la experiencia. Ignoramos si posteriormente había recibido aplicación práctica la idea que lo informa; pero, aun cuando por esta razón no puedan apreciarse por completo sus cualidades, el estudio teórico hace resaltar defectos de bastante entidad. Nótase desde luego la necesidad de establecer, en la mayoría de los casos, polea de cambio, por la razón ya expuesta; el trazado de las curvas es sencillo, pero se observará que no hemos tenido en cuenta el peso y flexibilidad de las cadenas de suspensión, circunstancias que complicarían mucho el problema y que, al no considerarlas, son causa de que el equilibrio no se realice exactamente; las curvas estrechan el paso si han de establecerse con solidez y quedan expuestas á los fuegos y vistas del exterior. En definitiva, esta solución del problema de los puentes levadizos no creemos deba adoptarse, y únicamente nos hemos ocupado de ella por ser característica de un tipo de puentes completamente distinto de todos los estudiados. En las comunicaciones de poca importancia y resguardadas por su posición del fuego y vistas exteriores, únicas en que podía ser aceptable su empleo, existen entre las disposiciones ya descritas y las que en adelante describiremos, número suficiente de ellas, cuyo empleo puede recomendarse con preferencia á la que acabamos de estudiar.

**86. Puente de puntos de enganche móviles del capitán Beaulieu.**—Se halla fundado en la propiedad que antes hemos demostrado relativa á que el punto de enganche al tablero de las cadenas de suspensión, para que la tensión de éstas se conserve constante, ha de describir un arco de círculo de centro $D$ y radio $A\,D$ (fig. 89). A fin de realizar prácticamente esta condición, se disponen en dirección paralela á los largueros del puente, y exteriormente á los laterales extremos, dos viguetas de hierro laminado, cuya cara inferior es rigurosamente paralela á la línea que une al eje de giro con el centro de gravedad del tablero; éstas viguetas quedan ligadas á los largueros por una pieza transversal colocada hacia la extremidad anterior de los

mismos y son giratorias alrededor de su extremidad interior; las cadenas $A\,B$ se sujetan por medio de una horquilla de hierro, entre cuyos brazos quedan comprendidas las viguetas citadas, al eje de una roldana que puede resbalar apoyándose en la cara inferior de las mismas; dicho eje está unido también á unas varillas, cuya dirección es la $A\,D$, giratorias alrededor de un punto $D$, fijo á la escarpa y situadas en el mismo plano vertical que las cadenas de suspensión y las repetidas viguetas. De este modo, al elevarse el puente, el punto de contacto de las roldanas con las viguetas, que viene á ser el de enganche, al par que permanece constantemente sobre la línea que une el centro de gravedad del tablero al eje de giro, describe un arco de círculo cuyo centro se halla en $D$, realizándose todas las condiciones necesarias para conseguir el equilibrio con un contrapeso constante (1).

Esta disposición, aunque muy ingeniosa, tanto por el principio en que se funda, como por la forma en que está llevado á la práctica, presenta inconvenientes que no la hacen admisible en general. Se vé desde luego que obliga á la colocación de polea de cambio en la vertical del eje de giro, y que no tiene en cuenta el peso de las cadenas de suspensión. Para equilibrar éste recurre el autor á una cadena, unida al contrapeso y á un puesto fijo en los muros laterales del paso, que se vá replegando á medida que el puente se eleva, dejando de actuar su peso sobre el contrapeso; pero esto no es más que un paliativo que no proporciona un equilibrio exacto y que complica la disposición y cálculo de un puente, cuyo mérito principal consiste en la sencillez.

Tiene también el inconveniente de que los rozamientos que se originan en los ejes de rotación de las roldanas y por el contacto de éstas con las viguetas guías son considerables, y que todo el mecanismo queda expuesto á los fuegos cuando el tablero está vertical; finalmente, nos parece que ha de estar expuesto á frecuentes averías, pues las largas varillas $A\,D$ pueden flexarse fácilmente desviando las roldanas de la posición exigida por

---

(1) Un puente de este sistema se ejecutó bajo la dirección del autor en una de las obras del antiguo campo atrincherado de Amberes.

la teoría y turbando con ello el equilibrio. El mismo autor del sistema, reconociendo sus defectos, lo recomienda tan sólo para pequeñas luces y comunicaciones resguardadas por su situación de las vistas y fuegos del enemigo.

**87. Puentes de contrapeso constante inferior al tablero.**—El equilibrio indiferente que debe existir en todo sistema de puentes levadizos puede realizarse también estableciendo inferiormente al tablero un sistema de contrapesos dispuesto de modo que desciendan al elevarse el puente: en estas condiciones, relacionando convenientemente los caminos de los centros de gravedad de uno y otros, podrá conseguirse siempre que el centro de gravedad del conjunto se mueva á lo largo de una horizontal, condición suficiente para asegurar el equilibrio del sistema, según sabemos por mecánica pura.

Examinemos los procedimientos que se han propuesto para llevar á la práctica esta idea.

**88. Puente de paralelógramo articulado.**—Inferiormente al tablero y á ambos lados del mismo se establece un paralelógramo articulado $A\,O\,D\,B$ (fig. 91 ), cuyo lado $B\,D$ se prolonga una longitud $D\,F = D\,O$, hallándose establecido en $F$ un contrapeso constante $Q$.

Con las notaciones ya conocidas, y designando por $p$ y $q$ las ordenadas con respecto á $O\,C$ de los centros de gravedad del tablero y el contrapeso y por $r$ la magnitud $D\,O = D\,F$, se tiene, aplicando el teorema de los trabajos virtuales para desplazamientos compatibles con los enlaces

$$P.\,d\,p = Q.\,d\,g$$

é integrando

$$P.\,p = Q\,q + c:$$

en la posición horizontal $p = q = o$, luego $C = O$, y en su consecuencia

$$P.\,p = Q.\,q$$

pero

$$p = d \operatorname{sen} \Omega \qquad q = 2\,O\,H = 2\,r \operatorname{sen} \Omega$$

lo que transforma la condición de equilibrio en

$$d.\,P = 2\,r.\,Q \qquad Q = \frac{d.\,P}{2\,r}$$

que nos demuestra que dando á $Q$ el valor deducido de esta relación, el sistema estará en equilibrio para cualquier valor del ángulo $\Omega$.

Esta disposición, aunque sencilla en teoría, es poco práctica, pues las resistencias pasivas son en ella considerables aún en el momento de ponerla en obra y aumentarían mucho al cabo de algún tiempo de ejecutada; la maniobra habría que efectuarla por medio de ruedas dentadas que engranando con cremalleras unidas á los contrapesos, produgeran con su giro el movimiento de descenso de ellos, disposición que tiene el inconveniente de todas las maniobras por medio de engranajes; una vez establecido el sistema las correcciones de equilibrio serían muy difíciles; y finalmente, el mecanismo queda poco protegido en la posición vertical del puente.

**89. Puente del coronel Dandelin.**—La idea que realiza la disposición anterior, ha recibido forma más práctica en la disposición que la fig. 92 representa. En los paramentos exteriores de los dos largueros laterales extremos y á un quinto próximamente de su longitud, se han establecido muñones $A$, al rededor de los cuales pueden girar las flechas $H\,D$ convenientemente cargadas de pesos suficientes para asegurar el equilibrio; estas flechas son giratorias al rededor del extremo $H$ de las piezas de madera $H\,I$, móviles también al rededor del punto fijo $I$. Las flechas en la posición horizontal del puente coinciden en dirección con los largueros extremos y se aseguran por medio de un pasador al cabezal.

La maniobra se efectúa por medio de la cadena $H\,J\,L$ que obliga á $H$ á elevarse, descendiendo entonces la extremidad $D$ y originándose el movimiento ascendente del tablero.

El equilibrio se consigue facilmente observando que, si supo-

nemos que el punto $H$ describe una vertical $O\,H$, el punto $B$ de intersección de la linea $G\,G'$, que une los centros de gravedad de las flechas y el tablero con la horizontal $O\,C$, divide á dicha recta en una relación constante sea cualquiera la posición del sistema; en su consecuencia, haciendo que dicha relación sea la de los pesos $P$ y $Q$ aplicados en $G$ y $G'$, se tendrá asegurado el equilibrio, pues el centro de gravedad del conjunto se moverá á lo largo de la horizontal $O\,C$.

Para demostrar esta propiedad, observemos que si $H$ describe una verticual, los triángulos $H\,O\,A$ y $A\,O\,N$ son isósceles, y por tanto $H\,A = O\,A = A\,N$, y $G'\,N$, se conservará constante en cualquiera posición del tablero: la horizontal $A\,M$ será bisectriz del ángulo $G\,A\,G'$, y este hecho, así como la semejanza de los triángulos $G\,O\,B$ y $G\,A\,M$ por una parte, y por otra la de los $G'\,A\,M$ y $G'\,B\,N$, permiten establecer las proporciones siguientes, la última de las cuales nos demuestra lo que nos proponíamos.

$$\left.\begin{aligned} \frac{G\,A}{G\,M} &= \frac{G'\,A}{G'\,M} \\ \frac{G\,A}{G\,M} &= \frac{G\,O}{G\,B} \\ \frac{G'\,A}{G'\,M} &= \frac{G'\,N}{G'\,B} \end{aligned}\right\} \quad \frac{G\,O}{G\,B} = \frac{G'\,N}{G\,B}, \quad \frac{G'\,B}{G\,B} = \frac{G'\,N = G'\,A - O\,A}{G\,O}$$

De acuerdo con lo dicho se calculará el peso $Q$ de las flechas de modo que

$$\frac{P}{Q} = \frac{G'\,A - O\,A}{G\,O}$$

Las cantidades $G'\,A$ y $O\,A$ son arbitrarias, y su elección se ajustará á las circunstancias locales y de construcción; el inventor M. Dandelín, dedujo de experiencias hechas, ser convenientes las relaciones

$$P = 2\,Q, \quad O\,G = A\,G' = 2\,O\,A - \frac{2}{5}\,O\,C$$

Se observará que el punto $H$ no describe una vertical, sino

un arco de círculo, pero esta circunstancia da lugar á que el centro de gravedad $B$ del conjunto describa una línea de pequeña curvatura, convexa hacia la parte superior, lo que facilita el movimiento en las dos posiciones extremas del tablero.

La disposición estudiada es muy sencilla y puede establecerse sin necesidad de hacer cálculos largos ni difíciles; la maniobra es también fácil y cómoda, pero en cambio se debe reconocer que ocupa mucho espacio en sentido longitudinal, impidiendo con esto la desembocadura de galerías de escarpa; no puede aplicarse en fosos de agua y su mecanismo, aunque bastante protegido por lo poco que se eleva sobre el cordón de la escarpa, queda al exterior cuando el puente está levantado, y expuesto, en consecuencia, á ser destruido por el fuego enemigo.

# CAPITULO VII

## PUENTES LEVADIZOS DE CONTRAPESO VARIABLE.

**Puente Dobenheim.—Puente Poncelet.—Puente Mangin.**

**90.** El General Poncelet, en la Memoria sobre el puente que lleva su nombre (1) hace mención de un puente, propuesto en 1753 para ser aplicado á una de las puertas de la plaza de Bouchain, cuyos contrapesos estaban constituidos por una sola cadena formada de pesadas placas que se iba replegando al elevar el puente, de un modo análogo á la disposición por él propuesta. Fuera de este sistema el más antiguo de contrapesos variables es el

**91. Puente Dobenheim.**—(Fig. 93). A fines del siglo pasado el teniente Coronel Dobenheim ejecutó en la plaza de Condé el puente que lleva su nombre y, apesar de sus grandes imperfecciones, ha sido aplicado en muchos casos, por lo cual indicaremos ligeramente su disposición.

El tablero se equilibra en dos posiciones únicamente, la horizontal y la que forma 45° con ella, consiguiéndose también, en virtud de la forma en que esto se realiza, el equilibrio para la posición vertical. Las cadenas de suspensión del puente pasan por las gargantas de poleas establecidas en dos huecos, uno á cada lado de la puerta y se unen por su extremo al de las barras $FG$, giratorias al rededor de $G$ y convenientemente cargadas de

(1) *Memorial de l'Officier du genie*, 1822.

pesos; de $F$ arranca una cadena $FH$, cuya longitud es la de la cuerda del arco de 45° y de radio $FG$, que se une en $H$ á otra barra análoga á la anterior giratoria al rededor de $I$; los contrapesos de una y otra barra pueden resbalar á lo largo de ellas y sujetarse en su posición por medio de clavijas que se pasan por agujeros practicados en las mismas.

La maniobra se efectúa actuando á brazo sobre las barras inferiores hasta que alcancen la posición vertical y después sobre las cadenas de unión de unas barras con otras. Para la operación inversa basta levantar sucesivamente los dos sistemas de barras á 45°, empezando por las superiores, las cuales suben por sí mismas desde el momento en que el tablero rebasa la posición media.

Para establecer el equilibrio en este puente no se recurre á cálculo ninguno que sería más complicado y no más exacto que el procedimiento práctico que se emplea. Se empieza por colocar el tablero á 45°, sosteniéndole en esta posición hasta que, después de varios tanteos, se consigue llegar á una colocación de los contrapesos que asegure el equilibrio; se baja el tablero hasta que quede horizontal y se cargan las segundas barras hasta obtener nuevamente el equilibrio; es evidente que de este modo estará también equilibrado el sistema en la posición vertical del tablero.

Este puente presenta desde luego el defecto de que no equilibrándose el tablero más que en tres posiciones, para todas las intermedias hay una diferencia grande entre el esfuerzo motor y el resistente; los contrapesos tienen un valor considerable, mayor que el peso del tablero, y su inercia es por sí sola una causa importante de aumento de las resistencias; los rozamientos engendrados en los diferentes ejes y poleas de cambio son enormes; como no hay solidaridad entre los mecanismos de uno y otro lado de la entrada, y las diferencias de equilibrio no son en general idénticas en ellos, se producen alabeos del tablero que á la larga acaban por desunir sus diversas piezas y entorpecen aún más el juego del mecanismo; ocupa este mucho espacio en sentido longitudinal, y, finalmente, la maniobra es difícil, incómoda y peligrosa.

No se comprende fácilmente como, apesar de tan patentes defectos, se ha empleado y aun preconizado esta disposición; el de la plaza de Bergues, que se construyó después del de la de Condé tomándolo por modelo. no pudo nunca maniobrarse con menos de 8 hombres, apesar de que en un tratado de arte militar se asegura que basta con un sólo hombre á cada lado para mover un tablero de dos ó tres mil libras de peso (1).

**92. Puente de contrapesos sumergibles de Bergère.** —Desde el momento en que la tensión de las cadenas va disminuyendo al elevarse el puente y que en consecuencia el contrapeso debe disminuir en la misma proporción, se ocurre la idea de conseguirlo obligándole á sumergirse en fosos llenos de agua de tal modo que la pérdida de peso que por ello experimenten sea igual á la disminución de tensión de las cadenas. El teniente Coronel Bergère fué quien propuso esta disposición y desarrolló los cálculos necesarios para ello, si bien considerando únicamente el caso sencillo de ser la tensión de las cadenas proporcional á su longitud exterior, pues el caso general resulta muy complicado.

No expondremos este cálculo, muy fácil de desarrollar por otra parte en el primer caso citado, por cuanto esta disposición dá lugar á tales inconvenientes en la práctica que la hacen inadmisible: los contrapesos resultan de una longitud desmesurada y de un peso excesivo; la profundidad de los fosos es también muy grande; si los fosos de agua han de ser artificiales, la necesidad de construirlos perfectamente impermeables y de practicar obras especiales para mantener constante el nivel del agua en ellos, es origen de grandes gastos; en una palabra, solo para luces muy reducidas y en terreno acuático podría ser aceptable esta disposición; pero como existen otras más sencillas y realizables, ni aun para estos casos convendrá en general emplearla (2).

---

(1) Gay de Vernon.—*Traité elementaire d'art militaire*, 1805.—Tomo II, Pág. 292. El autor no apoya su afirmación en ningún cálculo.

(2) En una obra destacada de la plaza de Mons existía un puente levadizo de este sistema que funcionaba de una manera satisfactoria. Este

**93. Puente Poncelet.—Descripción y maniobra** (1).— El problema de equilibrar la tensión variable de las cadenas de suspensión por medio de contrapesos variables y brazo de palanca constante, lo resolvió el General Poncelet ideando el puente que lleva su nombre, uno de los más conocidos y empleados, no sólo por lo práctico de la idea que lo informa, sino también por el minucioso estudio de todos sus detalles conque fué presentado desde un principio.

Las cadenas de suspensión del puente, después de pasar por la garganta de las poleas superiores (fig. 94), soportan en su extremidad interior gruesas cadenas aplastadas y flexibles que se unen por la extremidad opuesta á puntos fijos sólidamente establecidos en las mamposterías laterales. En la posición horizontal del tablero, se conservan verticales, pero al comenzar la maniobra se repliegan, y parte de su peso carga sobre el punto fijo dejando de actuar sobre las cadenas de suspensión. Dichas cadenas-contrapesos, son, en general, en número de cuatro, correspondiendo dos á cada lado del paso y apoyándose una contra otra por el lado opuesto al de los puntos fijos; al descender penetran en pozos más ó menos profundos, cuya sección se limita á lo estrictamente necesario para que pueda un hombre descender á ellos y limpiarlos con facilidad: estos pozos se tapan con una

---

puente lo propuso Bergère en una nota á la Memoria sobre el puente Delile. *Memorial de l'Officier du genie.* Tomo III, 1819.

Posteriormente, en 1865, el teniente coronel Bayssellame, propuso un puente semejante á aquél, tratando de evitar los inconvenientes reconocidos á esta clase de puentes, empleando un depósito de aguas superior y vertedores para mantener constante el nivel; los contrapesos no eran muy grandes (cilindros de 50 centímetros de diámetro); pero cada maniobra exigía un gasto de 1600 litros de agua, que suponiendo 5 litros por segundo hacía durar la maniobra 5 minutos.

En un trabajo ya citado del capitán Caveglia se estudia con gran detalle la forma y dimensiones de contrapesos destinados á sumergirse en receptáculos de agua á nivel constante ó de cantidad de agua constante.

(1) Este puente es muy conocido entre nosotros, debido sin duda á la descripción detallada que da Gauthier. Poncelet describe uno construido bajo su dirección en Metz en la *Puerta de los alemanes* en 1826.

En el Museo y Academia del Cuerpo existen modelos de este sistema de puentes muy bien construidos.

losa cubierta de madera ó disposición análoga, que se quita en el momento de la maniobra.

Esta se realiza actuando sobre una cadena sin fin que se arrolla sobre el contorno de ruedas como las que ya conocemos, montadas en los ejes de giro de las poleas: son independientes las de uno y otro lado del paso por la dificultad ya enunciada en el puente Derché, de colocar los cuatro muñones en rigurosa línea recta.

**94. Equilibrio.**—Supongamos (fig. 95) que el mecanismo se establece en condiciones tales, que tenga lugar la proporcionalidad entre la tensión y la longitud exterior de las cadenas; sean: $B$ el punto que puede considerarse como fijo y $D$ el que se encuentra á su mismo nivel sobre la parte interior de la polea de cambio; $F$ el de suspensión de las cadenas-contrapeso, que supondremos reducidas á una sola en cada lado del puente; $L$ la longitud de cadena $A\,D\,E$ hasta el punto $E$ de enganche de aquéllas con las exteriores, descontando la parte $B\,D$ que se arrolla sobre la polea.

Llamando $Q''$ el valor de la cadena contrapeso en una posición cualquiera del sistema, se tendrá:

$$\mathrm{M}\,l + \mathrm{N} - \mathrm{p}\,.\,\mathrm{D\,E} = \mathrm{Q''};$$

pero $l$, longitud variable de cadena exterior, se compone de una parte $l_0$ constante y otra que designaremos por $l'$ que es la que corre sobre las poleas al mover al puente, y observando además que

$$\mathrm{D\,E} = \mathrm{L} - l = \mathrm{L} - l_0 - l',$$

la expresión anterior se transformará en la siguiente, donde se han agrupado los términos cuyo valor se conserva constante durante el movimiento y los variables:

$$[(\mathrm{M} + \mathrm{p})\,l_0 - \mathrm{p\,L} + \mathrm{N}] + (\mathrm{M} + \mathrm{p})\,l' = \mathrm{Q''}.$$

Luego $Q''$ para el equilibrio, debe componerse de dos partes: una constante $Q'$ y otra variable $Q$, lo que nos dará:

$$(1)\quad (M+p)\,l_0 - pL + N = Q'$$

$$(2)\quad (M+p)\,l' = Q.$$

Al elevarse el puente una parte de la cadena $EH$ se replegará á lo largo de la vertical de $F$ en una cantidad que será precisamente igual á la mitad de lo que desciende el punto $E$, ó sea la longitud de cadena que haya pasado por la polea; ahora bien para que la igualdad **(2)** se verifique en cualquiera posición del tablero, es necesario que $Q$ varíe precisamente en la misma proporción que la longuitud $l'$ de cadena que pasa por la polea; así pues, si suponemos que se componga $Q$ por medio de una cadena como las dichas y de longitud mitad de la $l'$ cuando el punto está horizontal, la condición de equilibrio quedará satisfecha dando á esta cadena un peso uniforme tal que la igualdad **(2)** se verifique cuando el puente esté horizontal, lo que nos dará, llamando $\pi$ el peso por metro lineal de dicho contrapeso y $l'_n$ el valor de $l$ en este caso:

$$(M+p)\,l'_n = \pi\frac{l'_n}{2};$$

de donde

$$(3)\quad \frac{\pi}{2} = M+p,$$

siendo este valor el peso por metro lineal de las cadenas cuando, como ocurre en la práctica, se establecen dos de ellas á cada lado del puente.

Pasemos ahora á la parte constante $Q'$ del contrapeso. Es evidente que, para mayor sencillez de organización, debe constituirse idénticamente á la parte variable; pero hay que tener en cuenta que las dobles cadenas que la constituyen se unen entre sí y á las de suspensión por una armadura, como luego veremos; designando por $z$ el peso de ésta, la longitud de la parte restante será:

$$(4)\quad \frac{Q'-z}{\pi} = \frac{l_0}{2} - \frac{pL-N+z}{2(M+p)}$$

y la longitud total $\lambda$ de la cadena contrapeso cuando el puente se halla horizontal, observando que en este caso $l'$ es igual á $l_n - l_o$, tendrá por expresión

$$(5)\quad \lambda = \frac{l_n - l_o}{2} + \frac{l_o}{2} - \frac{pL - N + z}{2(M+p)} = \frac{l_n}{2} - \frac{p}{2(M+p)}(L - K') - \frac{z}{2(M+p)}$$

habiendo puesto en lugar de $N$ su valor $Kp$.

El sistema queda así completamente calculado, pues bastará construir la cadena de longitud $\lambda$ y peso $\frac{\pi}{2}$ por metro lineal, estableciéndola de tal modo que en la posición horizontal del puente sea activa toda su longitud, pudiendo servir de comprobación el que en la posición vertical la parte activa sea la deducida de la fórmula (4). A fin de dar cierta estabilidad á la parte no activa del contrapeso, se deberá dar á éste una longitud algo mayor de la que resulta del cálculo, de modo que queden pendientes del punto fijo dos ó tres elementos de la cadena cuando el tablero se halle horizontal.

Los demás elementos que entran en las fórmulas anteriores, y de que podemos disponer á nuestro arbitrio, se determinarán por las conveniencias de construcción: así convendrá elevar el punto $E$, á fin de reducir en lo posible la profundidad del pozo necesario para alojamiento del contrapeso.

Si la longitud $\lambda$ de cadena activa cuando el puente está horizontal no fuera un múltiplo exacto de la dimensión asignada á una placa, habría que tener el cuidado, al ponerla en obra, de que su extremidad quedara plegada en una cantidad tal que el peso de la parte activa fuera precisamente el prescrito por las condiciones de equilibrio, teniendo presentes para ello las consideraciones que más adelante desarrollaremos sobre la influencia en el equilibrio de la constitución de las cadenas contrapesos.

Si las circunstancias locales obligaran á establecer una polea en la vertical del eje de giro, sería preciso añadir á la parte constante del contrapeso lo necesario para equilibrar el peso de la cadena comprendida entre aquella polea y la de cambio, cuyo peso ejerce una influencia en la tensión de las exteriores que se

reduce á aumentar su valor en el peso de la proyección de ella, sobre una vertical, como ya vimos en el puente Derché.

**95. Disposición de las cadenas contrapeso é influencia de su constitución física en el equilibrio.**—Aún cuando la disposición de las cadenas contrapesos propuesta por el General Poncelet no sea la más conveniente, como este tipo de puente ha sido uno de los más empleados, creemos oportuno indicar los detalles de construcción de aquéllas, á fin de que sirvan para facilitar las reparaciones en los puntos en que ya existieran y en los que, por no haberlos tenido todos en cuenta, ó por los deterioros producidos por la acción del tiempo, se presenten inperfecciones ó dificultades en la maniobra, siendo por otra parte varias de estas prescripciones aplicables á los contrapesos constituídos como luego indicaremos. Y de ningún modo creemos llenar mejor el objeto propuesto que trascribiendo á la letra las minuciosas instrucciones dadas por el General Poncelet en su memoria ya citada y en un artículo posterior á ella en que se ocupa de los medios de evitar los defectos que la experiencia hizo patentes en la organización por él propuesta para las cadenas de contrapesos (1).

«Deben componerse estas cadenas de placas de fundición *A B* (fig. 96) superpuestas en varias filas, entrecruzadas las de una fila con las de otras y ligadas con pernos *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, como se practica con las cadenas llamadas de reloj. Cada placa *A B* estará terminada á un lado y otro por un semicírculo cuyo centro *a* ó *b* está ocupado por un perno del diámetro exigido por el peso total de la cadena: su longitud *A B* debe ser mayor que el doble de la anchura, á fin de dejar juego entre cada placa y las que le preceden y siguen inmediatamente; de donde resulta que el intervalo entre los centros de las aberturas *a* y *b*, *b* y *c*, *c* y *d*, *d* y *e*,..... debe ser igual á la anchura de la placa, más el exceso de que se trata, el cual debe calcularse según el grado de precisión que se presuma puede realizarse en la ejecución de las cadenas.

---

(1) *Memorial de l' Officier du genie.*—Núm. 13.—1840.

«En el sentido de su anchura las placas podrán terminarse por dos líneas paralelas tangentes á los semicírculos de las extremidades; pero á fin de impedir que el lado interior de una toque al semicírculo de la que le sigue ó precede, en el momento que se repliegan, será indispensable alejar el punto de apoyo $K$ de la vertical $a\ g$ que corresponde á la polea en una cantidad $L\ M$ ó $i\ g$, que esté con la distancia $i\ h$ ó $g\ h$ de los centros de las aberturas de una misma placa en la relación de la diagonal al lado del cuadrado; es decir, que se deberá tomar $L\ M$ ó $i\ g = i\ h\ \sqrt{2} = 1,4\ i\ h$ próximamente: el juego entre las dos ramas de la cadena será entonces igual á $1,4\ i\ h$, menos la anchura entera de una placa.

«Si se quisiera evitar el inconveniente citado y reducirlo más posible el intérvalo entre las dos ramas de la cadena, de modo que fuera exactamente igual al juego que existe entre las placas, es decir, si se exigiera que $L\ M$ ó $i\ g$ fueran igual á $i\ h$, se podría conseguirlo dando al lado interior de cada placa la forma que indica la fig. 97: se alcanzaría el mismo objeto sin alterar la forma rectilínea del borde de las placas, estableciendo un juego conveniente entre las de una misma fila; por ejemplo, dando dos centímetros de juego á placas que tuvieran diez centímetros de anchura, es decir, dándoles veintidos centímetros de longitud: de este modo el juego mínimo entre las placas cuando se replieguen será de 5 milímetros, si se tiene cuidado de separar las ramas de la cadema 2 centímetros.

«En cuanto al grueso de las placas es hasta cierto punto arbitrario:.....
se puede sin inconveniente reducir en la práctica este espesor á un centímetro, entendiéndose que se trata de las placas que guarnecen los lados exteriores de la cadena y no del núcleo que podrá formarse con placas de 5 á 6 centímetros ó mayor espesor á fin de disminuir su número: será bueno hacer fundir semiplacas completamente circulares, que podrán utilizarse para completar de una manera muy aproximada el peso de las que pertenecen á un mismo perno.

«A fin de mantener el juego necesario entre las diversas placas que se reunen al rededor de un mismo perno de la cadena,

se podrán intercalar entre ellas anillos de latón como los de las cortinas que se encuentran corrientemente en el comercio: su dimensión deberá ser la correspondiente al género de los pernos y al juego que se quiera establecer entre las placas.....

«La libertad de juego en todas las articulaciones del mecanismo es de una gran importancia.....; se debe siempre regular este juego según la habilidad de los obreros y el destino del mecanismo Así, por ejemplo, todo puente levadizo que deba ser ejecutado por obreros torpes y más deseosos de sacar provecho de su trabajo que de trabajar bien: todo puente levadizo que deba quedar expuesto á la humedad, al polvo, al cieno, sin cuidados ni maniobra frecuente, recibirá necesariamente más juego en sus diferentes articulaciones que un sistema colocado en condiciones menos desfavorables.

«Según la experiencia adquirida, 3 á 4 milímetros de juego para los pernos de la cadena contrapeso, 5 á 6 milímetros entre las placas, 8 á 10 entre sus redondeamientos consecutivos; en fin, 6 á 7 centímetros entre las dos porciones colgantes y replegadas de cadenas formada de placas de 10 centímetros de anchura por $0^m,208$ á $0^m,210$ de longitud total: tales juegos ó intervalos deben bastar aun en las circunstancias más desfavorables, á menos de defectos de ejecución inadmisibles ó de faltas graves en el establecimisnto de la maniobra. Pero no basta fijar este juego en el proyecto y en el trazado de detalles, es preciso también asegurar la ejecución. y en esto es donde amenudo se encuentran defectos y acerca de lo que es conveniente dar algunas indicaciones esenciales .... . ...

«Los pernos son clavijas de 16 centímetros de longitud por lo menos. que en sus dos extremos deben redondearse en caliente y terminarse en frío con una estampa acerada: las aberturas de las placas deben reservarse al hacer el moldeo; el molde, de cobre, debe estar dispuesto de manera que no haya temor de que estos orificios queden mal dirigidos en el espesor de las placas: dada la actual perfección del moldeo, no es posible temer defectos graves; sin embargo, convendrá hacer vigilar la fundición por persona inteligente que rechazará sin apelación todas las piezas mal fundidas.

«Estos detalles tienen tanta más importancia, cuanto que se ha visto fracasar un puente del tipo que nos ocupa, por faltas del obrero encargado de perforar las placas; la oblicuidad de los orificios y su mala separación eran tales, que al ponerlas en obra las partes redondeadas se tocaban durante la maniobra y fué preciso rebajarlas á golpe de cincel, operación larga dada la dureza de la fundición y que no sirvió sino como un paliativo á poco de establecido el puente .....

«Conforme con lo dicho, se compondrá cada contrapeso de dos cadenas, aplicadas una contra otra por el lado opuesto á los puntos de apoyo que sostienen las extremidades inferiores, disposición que presenta la ventaja de disminuir el tamaño de las placas de cada cadena y que al mismo tiempo impide se produzcan oscilaciones en las partes directamente suspendidas por debajo de las poleas. Las extremidades superior é inferior de las cadenas así apareadas irán suspendidas de armaduras de hierro $F\,F'$ como las figuras representan; se notará para esto que el primer perno de cada cadena debe ser mucho más grueso que todos los demás; no será demasiado darle 30 ó 35 milímetros de grueso para un tablero de 300 kilógramos: el travesaño superior deberá tener por lo menos 5 á 6 centímetros de altura para evitar que se flexe; estas dimensiones pueden reducirse á las $\frac{7}{10}$ partes para las armaduras inferiores $F'$ que se suspenderán á las jambas de la puerta por otras pequeñas cadenas terminadas superiormente por un perno de tuerca $K\,N$ que atraviese la rama horizontal de una consola empotrada en la jamba: la tuerca podrá servir, en caso necesario, para elevar ó bajar más ó menos la extremidad inferior de las cadenas contrapeso: en cuanto á los demás pernos de las cadenas podrá bastar con darles 27 milímetros de grueso.....

«Con respecto al óxido que se forma en las cadenas del contrapeso, en las poleas, etc., se podrá hacer desaparecer por medio de la galvanización; pero se evitará dificilmente en las partes frotantes, así como los inconvenientes del polvo: el remedio más eficaz y sencillo consiste en un juego suficiente; en la maniobra más ó menos frecuente del aparato, y, finalmente, en el desmon-

tado y limpieza del polvo de las cadenas del contrapeso cada dos ó tres años, lo que será cuestión de algunos días de trabajo.....

«Cuando el mecanismo deba quedar abandonado durante largo tiempo en lugares bajos y húmedos, convendrá pintar y engrasar las diferentes piezas: los pernos de las cadenas del contrapeso y los ejes de las poleas, deben en particular estar cubiertos de una buena capa de sebo, á fin de evitar los efectos de la oxidación, pero este engrase sería más perjudicial que útil en los casos de exposición al polvo, si se extendiera más allá de las superficies de rozamiento ó de contacto inmediato» (1).

Las cadenas contrapesos así dispuestas presentan graves inconvenientes que se desprenden de las mismas reglas dadas para su establecimiento y conservación. Exige, en efecto, un trabajo de precisión para construirlas, que no se podrá realizar donde no se disponga de obreros hábiles y entendidos; minuciosos cuidados de entretenimiento, pues las articulaciones se oxidan, el polvo las ensucia é impide su regular funcionamiento y las cadenas pierden la flexibilidad necesaria para acomodarse á las condiciones teóricas en que se calcula el equilibrio; son, finalmente, necesarios trabajos de desmontaje y de limpieza minuciosos, que en sitios húmedos ó en la proximidad del mar no serán suficientes.

Por estas razones, se ha propuesto para los contrapesos otra composición más sencilla, que representa la fig. 98; en ella se han conservado únicamente de la disposición del General Poncelet las placas exteriores, sustituyendo las interiores por cilindros (2). Peaucellier y Wagner propusieron una organización análoga (3) (fig. 99), en la que los cilindros están constituídos por una série de discos iguales atravesados según su eje por pernos,

---

(1) Cuanto antecede es, como en el texto indicamos, traducción de las instrucciones dadas por el mismo Poncelet: se han suprimido las expuestas en la primera memoria y que la experiencia le obligó á rectificar, así como las que son consecuencia del método de cálculo por él adoptado. Los puntos suspensivos indican partes suprimidas.

(2) Según el Mayor Gratry, esta disposición fué empleada en 1853 en la plaza de Amberes con excelente resultado.

(3) Memoria citada.

cuyas extremidades quedan ligadas por dos cadenas planas reunidas por la armadura superior; los cilindros son mayores que en el caso anterior y mayor también la longitud de cada placa que ya no es el doble de la distancia entre los pernos. En una y otra disposición, como las cadenas laterales soportan todo el peso de los rodillos, los rozamientos se ejercen sobre las articulaciones únicamente, y por tanto, sobre una pequeña superficie, lo que hace disminuir el engrase y la oxidación: los trabajos de precisión quedan disminuídos también con estos sistemas.

Semejante á la última es la organización propuesta por Figari (1) (fig. 100): se emplean en ella, en sustitución de los discos del caso anterior, cilindros de fundición en los que se deja un hueco que se puede llenar de plomo para corregir así las pequeñas alteraciones de equilibrio que se noten al poner en obra el puente y las diferencias que pueda haber entre el valor teórico calculado para cada uno de ellos y el que se obtenga en la práctica; entre cada dos cilindros queda el hueco suficiente para establecer un perno de enlace entre las cadenas laterales; el autor propone también por razón de economía, la combinación de dichos cilindros con bombas de calibre conveniente, cuyo peso se regulará vertiendo plomo fundido en su interior. Pueden también emplearse solamente bombas dispuestas del mismo modo expresado.

De las tres disposiciones anteriores, la primera es preferible á las otras dos, porque sin presentar mayores complicaciones de construcción, permite obtener el equilibrio con más exactitud, según veremos.

Los detalles precedentes sobre disposición de las cadenas contrapeso son indispensables para apreciar la influencia que tiene aquélla en el equilibrio. Nosotros hemos supuesto en los cálculos condiciones que en la práctica nunca se realizarían, pues consideramos una continuidad de forma y movimiento en las cadenas, que sólo podría tener lugar si se compusieran de eslabones infinitamente pequeños; además, admitimos que las cadenas se replegarán permaneciendo sobre una vertical única, como pu-

(1) *Rivista d' Artigleria e Genio.*—1871.—Tomo I.

diera hacerlo un hilo muy delgado, cuando en realidad formará una catenaria en su parte inferior.

Consideremos una cadena contrapeso dispuesta como la de la fig. 101, cuya organización es analoga á la de Poncelet, por lo cual pódemos admitir que la distancia $a\,b = c$ entre dos pernos de una misma placa es $\frac{1}{2}\,h\,i = h$, longitud total de ella; el peso de una porción de cadena $h\,i$ es igual al de los dos cilindros, más el de cuatro placas, dos exteriores $a_1\,b_1$ y $a_2\,b_2$ y las cuatro mitades de las anteriores que se unen en los pernos que sirven de eje á los cilindros.

En cuanto sigue, al hacer referencia al contrapeso, debe entenderse que hablamos sólo de la parte variable del mismo destinada á replegarse, pues claro es que no influye para nada en el equilibrio la organización de la parte constante.

Al calcular el citado contrapeso, es claro que su peso total $Q$, dividido por el número de placas exteriores $a_1\,b_1$ será el peso $2\,\rho$ que debe atribuirse, según lo dicho, á cada porción de la cadena de longitud $h$; ahora bien, si consideramos la cadena en una posición tal que el sistema de placas inferiores sea horizontal, las dos ramas $F\,H$ y $E\,H$ podrán considerarse como verticales sin error sensible, y lo serían exactamente, si conforme se ha dicho, el intérvalo entre ellas fuera igual al juego que existe entre las placas; con arreglo á la teoría, si $n$ es el número de placas comprendidas entre el punto más alto $E$ y el más bajo $H$ de la parte activa, la tensión que debe producir el contrapeso en $E$, es

$$2\,n\,\rho = \frac{l'}{2} \times \frac{\pi}{2}$$

no cabe duda de que esta condición se realiza matemáticamente, pues examinando lo que pasa para la última porción $H$, única en que es preciso detenerse, vemos que el peso de ella es: el de los cilindros $c$ y $d$, más el de las placas exteriores, más el de la mitad de las interiores que se unen en $c$, más el de la mitad de los qué se unen en $d$ (la otra mitad de éstos carga sobre el perno $F$); es decir, el peso $2\,\rho$ que á cada longitud $h$ de cadena corresponde. Un razonamiento análogo se podría hacer cuando la placa hori-

zontal fuera una de las exteriores: la longitud de la parte activa del contrapeso se compondría de la suma de un cierto número de placas, más $\frac{h}{2}$, y el valor de la tensión producida en $E$ sería el que á dicho peso corresponde. Cada vez que una de las placas exterior ó interior quede horizontal habrá, pues, el equilibrio exacto que la teoría establece, y por tanto, el número de posiciones de equilibrio será igual al de intérvalos de pernos que tenga el contrapeso; pero examinando más atentamente las condiciones en que se verifica el movimiento de las cadenas que lo constituyen, vamos á ver que existen otras tantas posiciones de equilibrio, si se adoptan para las placas las dimensiones que hemos indicado.

Supongamos, en efecto, que el tablero se baja desde la posición correspondiente á la izquierda de la figura, con lo cual el perno $d$ comienza á elevarse, y considerando el momento en que llega á la posición $d'$ en que se halla á la misma altura que el $g'$ de la placa $g\,f$ anterior á la $c\,d$; el punto $d$, y por consiguiente el $E$, es elevado una cantidad $d_1\,d'$ igual al intérvalo $c$ entre dos pernos, ó sea $\frac{1}{2}\,h$, y ésta es también la variación que ha experimentado $l'$; pero nosotros dijimos al estudiar el equilibrio que para que tuviera lugar era preciso que el contrapeso variara proporcionalmente á esta longitud: así, pues, si el valor del contrapeso era en la primera posición que consideramos $2\,\pi\,\rho$, al convertirse $l'$ en $l' + c$ tendrá un valor determinado por la relación

$$\frac{l'}{2\,n\,\rho} = \frac{l' + c}{x}$$

de donde

$$x = 2\,n\,\rho\left(1 + \frac{c}{l'}\right)$$

y como $l'$ es igual al doble de $E\,H$ ó á $4\,N\,C$,

$$x = 2\,n\,\rho + \frac{1}{2}\,\rho.$$

La parte $E'\,H'$ produce la tensión $2\,n\,\rho$, y para que el equilibrio tenga lugar en las condiciones teóricas, será preciso que las placas últimas inclinadas produzcan en $H'$, y por tanto en $E'$, un aumento de tensión igual á $\frac{1}{2}\,\rho$: vamos á ver que así sucede.

Desde luego el peso de las placas interiores $d'\,f'$ se reparte por igual entre $d'$ y $f'$, completando la mitad del que carga en $D'$ el peso de la longitud $E'\,H'$ como en el caso anterior de ser $d'\,f'$ horizontal: en $f'$ carga, por tanto, el peso de un cilindro y el de la mitad de dos placas interiores, mas la mitad de dos exteriores, ó sea en total $\rho$; si descomponemos esta $\rho$ en otras dos $f'\,j$ y $f'\,j'$, la magnitud de ellas designándola por $\theta$, vendrá dada por la expresión:

$$\frac{\rho}{\theta} = \frac{\operatorname{sen} f'\,j'\,k}{\operatorname{sen} j'\,k\,f} = \frac{\operatorname{sen} 2\,j'\,k\,f}{\operatorname{sen} j'\,k\,f} = 2\cos j'\,k\,f.$$

$$\theta = \frac{\rho}{2\cos j'\,k\,f}.$$

Esta fuerza $\theta$ puede considerarse aplicada en $d'$ y descomponen en una obra horizontal y otra vertical; la primera tenderá á separar la parte $E\,H'$ de la posición vertical hasta que su momento con respecto al punto de contacto con las cadenas interiores con las poleas equilibre el del peso de ellas, de modo que la separación que produzcan será tanto menor cuanto mayor sea la distancia de $d'$ al referido punto y mayor el peso de la porción $E'\,H'$: una de estas cantidades será máxima cuando la otra sea mínima, lo que hará sea muy pequeña la separación, pudiendo considerarla como nula sin error sensible (1).

La componente vertical será igual á

$$\theta \times \cos j'\,k\,f = \frac{1}{2}\,\rho$$

como queríamos demostrar.

---

(1) La fuerza en cuestión no vale en general más que algunas décimas de kilógramo, cantidad inapreciable bajo el punto de vista práctico.

Despréndese de todo lo dicho, que el número de posiciones de equilibrio será doble del anteriormente indicado, así que para una cadena de longitud 12 h habrá 48 de aquéllas posiciones. Un examen más detenido de la cuestión que nos ocupa nos permitirá hallar todavía nuevas posiciones de equilibrio, comprobando á la vez los resultados obtenidos.

Sean para ello (fig. 102) $g\,f$ y $d'\,d$ las direcciones de las dos ramas de las cadenas contrapeso, que seguiremos suponiendo verticales y separadas entre sí una cantidad $f\,d$ igual al intérvalo $g\,f$ entre dos pernos de una misma placa; supongamos que el perno $d$ se ha elevado una cantidad cualquiera $d\,d'$ que designaremos por $s$; el aumento $\theta'$ que ha experimentado la tensión que se ejercía en $d$ cuando $f'\,d'$ era horizontal, será, según la teoría anterior y los razonamientos que preceden, el que resulte de la proporción

$$\frac{c}{\frac{1}{2}\rho} = \frac{s}{\theta'} \qquad (6) \qquad \theta' = \frac{1}{2}\cdot\frac{\rho\,s}{c}$$

Veamos ahora cual será el aumento $\theta''$ que debido á la organización dada á las cadenas experimentará realmente la tensión expresada. Para ello observaremos que las condiciones de equilibrio no se alterarán por suponer solidificado é invariable el triángulo $g'\,f'\,d'$, en cuya hipótesis la fuerza $\rho$ que actua en $f'$ puede descomponerse en otras dos aplicadas en $g$ y $d'$: la magnitud de esta última, que es la que nos interesa conocer, se deducirá de la proporción

$$\frac{\theta''}{g\,i} = \frac{\rho}{g\,d'}, \quad \frac{\theta''}{\rho} = \frac{g\,i}{g\,d'} = \frac{f\,m}{f\,d}, \quad \theta'' = \frac{\rho\,.\,f\,m}{f\,d} = \frac{\rho\,f\,m}{c},$$

$$\theta'' = \rho\cos\alpha$$

y designando por $\alpha$ el ángulo de $g\,f$ con la horizontal recurriremos para determinarlo á las ecuaciones

$$c\cos\alpha + c\cos\beta - c = o$$

$$c\,\mathrm{sen}\,\alpha - c\,\mathrm{sen}\,\beta - c + s = o$$

siendo $\beta$ el ángulo de $d'f'$ con la horizontal, y obtenidas al expresar que la proyección del pentágono $f\,g\,f'\,d'\,d$ es nula sobre $f\,d$ y sobre $g\,f$: de ambas resulta

$$\cos\alpha = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{c-s}{c}\sqrt{\frac{3\,c^2-(c-s)^2}{c^2-(c-s)^2}}\right) \quad (1)$$

---

(1) He aquí el detalle del cálculo para obtener el coseno de $\alpha$ que, aunque sencillo, puede resultar muy largo y expuesto á equivocaciones de no seguir la marcha adecuada.

$$\cos\alpha + \cos\beta = 1\,,\quad \cos\beta = 1-\cos\alpha\,,\quad \cos^2\beta = 1 - 2\cos\alpha + \cos^2\alpha\,.$$

$$\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}\beta = \frac{c-s}{c},\quad \sqrt{1-\cos^2\alpha} + \sqrt{1-\cos^2\beta} = \frac{c-s}{c},$$

$$\sqrt{1-\cos^2\alpha} + \sqrt{2\cos\alpha - \cos^2\alpha} = \frac{c-s}{c}$$

$$1 - \cos^2\alpha + 2\cos\alpha - \cos^2\alpha + 2\sqrt{(1-\cos^2\alpha)(2\cos\alpha-\cos^2\alpha)} = \left(\frac{c-s}{c}\right)^2$$

$$\left[\left(\frac{c-s}{c}\right)^2 - 1 + 2\cos^2\alpha - 2\cos\alpha\right]^2 = 8\cos\alpha - 4\cos^2\alpha - 8\cos^3\alpha - 4\cos^4\alpha$$

$$\left(\frac{c-s}{c}\right)^4 + 1 + 4\cos^4\alpha + 4\cos^2\alpha - 2\left(\frac{c-s}{c}\right)^2 + 4\left(\frac{c-s}{c}\right)^2\cos^2\alpha -$$

$$-4\left(\frac{c-s}{c}\right)^2\cos\alpha - 4\cos^2\alpha + 4\cos\alpha - 8\cos^3\alpha =$$

$$= 8\cos\alpha - 4\cos^2\alpha - 8\cos^3\alpha + 4\cos^4\alpha$$

$$4\left[\left(\frac{c-s}{c}\right)^2 + 1\right]\cos^2\alpha - 4\left[\left(\frac{c-s}{c}\right)^2 + 1\right]\cos\alpha + \left(\frac{c-s}{c}\right)^4 + 1 - 2\left(\frac{c-s}{c}\right)^2 = 0$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{\left(\frac{c-s}{c}\right)^4 + 1 - 2\left(\frac{c-s}{c}\right)^2}{4\left[1+\left(\frac{c-s}{c}\right)^2\right]}} =$$

$$= \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{3\left(\frac{c-s}{c}\right)^2 - \left(\frac{c-s}{c}\right)^4}{1+\left(\frac{c-s}{c}\right)^2}}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{c-s}{c}\sqrt{\frac{3\,c^2-(c-s)^2}{c^2+(c-s)^2}}\right.$$

con lo que

$$(7)\quad \theta'' = \frac{\rho}{2}\left(1 - \frac{c-s}{c}\sqrt{\frac{3c^2-(c-s)^2}{c^2+(c-s)^2}}\right.$$

Por medio de las fórmulas **(6)** y **(7)** dando diversos valores á $s$ se puede formar la siguiente tabla:

| VALORES DE s. | VALORES DE θ''. | VALORES DE θ'. | DIFERENCIAS. | VALORE DE s. | VALORES DE θ''. | VALORES DE θ'. | DIFERENCIAS. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | $\frac{5}{4}c$ | 0,708ρ | 0,625ρ | + 0,083ρ |
| $\frac{1}{4}c$ | 0,032ρ | 0,125ρ | — 0,093ρ | $\frac{3}{2}c$ | 0,870ρ | 0,750ρ | + 0,120ρ |
| $\frac{1}{2}c$ | 0,130ρ | 0,25ρ | — 0,120ρ | $\frac{7}{4}c$ | 0,968ρ | 0,875ρ | + 0,93ρ |
| $\frac{3}{4}c$ | 0,292ρ | 0,375ρ | 0,083ρ | 2c | ρ | ρ | 0,000 |
| c | 0,500ρ | 0,500ρ | 0,000 | | | | |

Examinando esta tabla se deduce inmediatamente la posibilidad de conseguir mayor número de posiciones de equilibrio que las indicadas, pues basta para ello disponer las cadenas contrapeso de cada lado del puente, de modo que cuando en una de ellas el sistema inferior de placas esté horizontal, en la otra esté en la posición inclinada, para la cual hemos visto que existía el equilibrio rigoroso. Es evidente que en estas circunstancias, cuando el primer sistema se haya elevado á la posición en que $s = \frac{1}{2}c$, el centro se hallará en la correspondiente á $s = \frac{3}{2}c$, en cuyo caso las presiones que resultan para el contrapeso difieren de la verdadera la misma cantidad, la una por defecto y la otra por exceso; habrá, pues, equilibrio exacto, y el número de posiciones en que se consiga será doble del indicado anteriormente, ó sea 96 en el caso considerado.

El máximo de la diferencia para otra posición cualquiera corresponde, como fácilmente puede verse, al caso en que $s = \frac{1}{4} c$ y viene á ser $\frac{1}{100} \rho$, lo que hace comprender su insignificancia, aun cuando se la duplique para tener en cuenta que esta diferencia tiene lugar á ambos lados del puente.

Como es necesario tener en cuenta para la determinación de las cadenas contrapeso que éstas han de adoptar la disposición que acaba de ocuparnos, se procederá del siguiente modo: se construirán dos cadenas semejantes determinando sus elementos, de modo que cuando el tablero quede vertical, el sistema de placas superiores de la porción variable del contrapeso quede horizontal, teniendo en cuenta que en virtud de esto debe considerarse la mitad del peso de los elementos que forman dicho sistema de placas, ó sea $\rho$, como constituyendo parte del contrapeso constante $Q'$; otras dos cadenas se construirán con la condición de que el sistema de placas, análogo al del caso anterior, quede en la posición inclinada para la cual hay también equilibrio exacto, debiendo considerarse entonces como formando parte de $Q$ el valor $\frac{\rho}{2}$, y el exceso necesario para el valor de $Q'$ podrá obtenerse haciendo más pesados algunos de los cilindros de la parte no replegable, ó reemplazando varios de ellos por una parte maciza. Es evidente que del modo indicado, y cuidando de que las cadenas queden en el momento de establecerlas en la situación exacta que exigen los cálculos anteriores, se habrá conseguido realizar el equilibrio en todas las posiciones que la teoría indica.

Es claro que en cadenas cuyos elementos no tengan las dimensiones que hemos supuesto en este estudio, no se obtendrán las posiciones de equilibrio que para éstas se han deducido, de donde se desprende la ventaja que antes indicamos de adoptar la disposición de la fig. 101, cuyos elementos guardan las relaciones de magnitud propuestas por el general Poncelet.

**96. Establecimiento y rectificación del puente.**—Pa

ra corregir en la práctica los errores inevitables de construcción, propuso Poncelet rectificar el puente por un procedimiento que presenta además la ventaja de poder servir para determinar el contrapeso en aquellos en que no se verifique la proporcionalidad entre su valor y la longitud de cadena exterior, por no existir polea de cambio ni estar elevado el punto de enganche sobre el plano del tablero. En este concepto, y aun cuando el método en cuestión sea largo y sujete el valor del contrapeso al de las resistencias de todas clases en el momento de la experiencia, lo explicaremos por si las circunstancias de algún caso especial obligaran á eliminar cualquiera de las dos soluciones indicadas para conseguir la proporcionalidad entre la longitud de la cadena exterior y su tensión, y porque sirve para la corrección de los puentes antiguos que por errores en los cálculos ó alteraciones de cualquier clase funcionen mal.

Se empezará por calcular de una manera aproximada, que puede consistir en el empleo de una sencilla construcción gráfica, los contrapesos cuando el tablero se halle horizontal, y enseguida su longitud sujeta á la condición de ser mayor que la de la mitud de la de cadena exterior y el número de elementos que han de componer dicho contrapeso, así como el peso de cada uno de ellos; se fijarán las dimensiones de las armaduras y se dispondrán los pernos de unión de las diversas placas sin tuercas ni clavijas y con una longitud mayor que la necesaria para construir las cadenas en el caso anteriormente explicado, debiendo ser el exceso de unos 20 centímetros cuando se establezca la polea muy separada de la vertical del eje de muñones, sin elevar el punto de amarre y tratándose de tableros de 3.000 kilógramos. Como lo que se desea obtener es la posibilidad de aumentar ó disminuir el peso de cada elemento, será necesario componer estos, si son de cilindros, por medio de discos como en el contrapeso de Peaucellier y Wagner, á fin de que, enfilando en cada perno el número conveniente de ellos, se consiga darles el peso deseado: si el contrapeso fuera de sistema Poncelet, bastaría con añadir placas en cada perno, debiendo tener el número suficiente de discos ó placas antes de la operación.

Hecho esto, se establecerá el contrapeso dándole la constitu-

ción uniforme que en su cálculo aproximado se ha supuesto; y teniendo la precaución de colocar los pernos más largos en la proximidad de las armaduras superiores; éstas se engancharán lo más cerca posible de las poleas, y las inferiores en sus puntos fijos Se l'evará el tablero hasta la posición vertical, y una vez en ella, se rectificará el contrapeso hasta que se note en aquél tendencia á abandonar dicha posición; se cargarán entonces nuevos pesos hasta que por el contrario tienda el tablero á apoyarse contra la puerta al separarle un poco de ella: la media de los pesos así obtenidos podrá considerarse como el valor que debe tener la parte constante del contrapeso. Al lado de la armadura superior se colocará una regla vertical dividida en partes iguales á la distancia entre cada dos pernos: de este modo se podrá dar al puente posiciones tales, que cada una de ellas corresponda á un descenso de la armadura igual á *c*, posiciones para las cuales las placas inferiores de las cadenas se irán colocando horizontalmente; repitiendo para cada una de estas posiciones lo ejecutado para la posición vertical, se podrá determinar el peso de los diversos elementos de las cadenas y será muy fácil dar después á éstas su constitución definitiva, proveyendo á los pernos de tuercas ó pasadores y recortando los que resulten demasiado largos, teniendo en cuenta el aumento ó disminución de peso que estas últimas operaciones produzcan.

En los puentes nuevos que se establezcan calculándolos por el procedimiento que hemos indicado, se pueden hacer las correcciones necesarias en el momento de ponerlos en obra, ó para corregir las alteraciones de equilibrio producidas por el tiempo, siguiendo un método sumamente sencillo. Se coloca el tablero vertical y alargando ó acortando la parte activa de las cadenas contrapesos, ó lo que es lo mismo, subiendo ó bajando el punto *F* (fig. 96), se establece el equilibrio, quedando realizada así la condición (**1**); se baja el tablero á la posición horizontal y se añaden ó quitan en la porción aumentada á la parte activa de la cadena contrapeso los pesos necesarios para conseguir de nuevo el equilibrio, los cuales se distribuyen uniformemente en dicha longitud de contrapeso, realizándose así la condición (**3**).

En caso de reparaciones es necesario antes de corregir el

cadena destinada á engancharse en la armadura superior, uniéndola á ella y dando vueltas á la varilla el contrapeso se eleva y deja de actuar sobre las cadenas de suspensión del tablero.

Los demás detalles de construcción son los que hemos visto al ocuparnos con carácter general de lo relativo á los puentes de cadenas.

**98. Análisis del sistema.**—El puente Poncelet debe su generalización á lo hábilmente concebido y completamente estudiado que está hasta en sus menores detalles; ocupa muy poco espacio en todos sentidos; no presenta dificultades de cálculo ni de establecimiento, y el equilibrio puede corregirse con facilidad en caso de ocurrir desarreglo de cualquier clase.

Pero no puede desconocerse que las cadenas contrapeso exigen ciertos cuidados en su construcción que hacen necesario, aun para las disposiciones indicadas como más sencillas, el concurso de obreros hábiles de que no en todas partes se dispondrá; si sus elementos son de dimensiones reducidas, aumenta el número de articulaciones expuestas á ensuciarse y oxidarse, con perjuicio de la flexibilidad. y se hacen de dimensiones mayores el número de posiciones de equilibrio exacto disminuye; se hace, pues, necesario resguardarlas como se ha dicho de la intemperie, á pesar de lo cual no se consigue nunca evitar la pérdida de flexibilidad: ésta resulta también perjudicial por la falta de solidaridad entre los mecanismos de ambos lados del paso que puede dar lugar á alabeos del tablero.

En resumen, cuando se quiera reducir el espacio ocupado por el mecanismo equilibrador este sistema será de conveniente empleo, si se dispone también de obreros hábiles y se tiene la posibilidad de mantenerlo en buen estado por un entretenimiento esmerado y una frecuencia relativamente grande de uso.

**99. Puente Mangin.—Descripción y maniobra.**—Mr. Mangin presentó en 1867 al Comité de las fortificaciones en Francia una Memoria y un modelo de un sistema de puentes destinado á colocarse en los reductos de las baterías de costas, y en general en todos aquellos sitios en que el espacio destinado á

equilibrio proceder á una limpieza minuciosa de todas sus articulaciones, lo cual exigirá, especialmente para las cadenas del sistema Poncelet, desmontar todos los contrapesos. Si las placas no estuvieran galvanizadas se deben proteger de oxidaciones posteriores, recubriéndolas de una ó más capas de pintura al óleo. Cuando no conste que el sistema ha funcionado bien en otro tiempo, se aumentará el juego necesario para el repliegue de las cadenas por varios medios: 1.° intercalando mayor número de anillas de latón entre las placas que une cada perno, lo que podrá exigir el alargamiento de éstos; 2.° agrandando por medio de la lima los orificios de las placas, profundizándolos con preferencia en el sentido del eje de los mismos hacia el redondeo exterior, de manera que aumente el juego entre las placas consecutivas, lo que alargando las cadenas obligará á aumentar su espesor y á recogerlas más: este arreglo de las placas debe hacerse con bastante precisión para alcanzar el juego de 8 á 10 milímetros indicado, y se enderezarán los pernos ó se reemplazarán por otros nuevos si fuera necesario; 3.° se agrandará el intérvalo entre las ramas de la cadena contrapeso hasta que la distancia entre sus ejes verticales sea igual á 1'45 ó 1'50 de la nueva distancia entre los centros consecutivos de los pernos.

**97. Otros detalles de construcción.**—Al ocuparnos de la constitución de las cadenas contrapeso, hemos dejado expuestas las principales precauciones que su empleo requiere; añadamos aquí, que será conveniente tenerlas al abrigo de la intemperie, á cuyo fin se establecerán en nichos practicados en la mampostería, cerrados con grandes puertas, ó se encerrará todo el mecanismo dentro de una caja de madera si aquello no fuera posible. Los establecidos sin estas precauciones dejan de funcionar bien al cabo de algún tiempo por los rozamientos que se originan en las articulaciones.

Para prevenir los accidentes y no fatigar al puente sin necesidad, se establece algunas veces una disposición que permite hacer independientes los contrapesos del tablero: al efecto, se dispone por encima de ellos una consola de hierro, atravesada por una varilla provista de rosca, de cuyo extremo pende una pequeña

alojar el mecanismo equilibrador estuviera limitado por las circunstancias locales en todas sus dimensiones; además los puentes á que en mejores condiciones puede aplicarse la disposición propuesta son los de poco peso, 400 á 600 kgs. á lo sumo: para los de mayores dimensiones se presentan inconvenientes de que una vez estudiado el sistema, podremos ocuparnos con fundamento.

La fig. 103 que representa un corte longitudinal del sistema permite apreciar facilmente la disposición del mismo: una serie de discos de fundición constituye el contrapeso total, y á medida que el puente se eleva descansan sobre el terreno natural, dejando por consiguiente de actuar sobre las cadenas exteriores; dicho contrapeso no va suspendido directamente á ellas, sino á la armadura de una polea móvil, por cuya garganta pasa la cadena exterior, sujetándose por su otro extremo á una consola de hierro fija en la mampostería: de este modo là carrera total del disco superior, que es el que recorre mayor espacio, queda reducida á la mitad de la longitud de la cadena de suspensión que pase por las poleas de cambio, lo que permitirá evitarse la apertura de excavaciones de alojamiento de los contrapesos, á cuyo fin se coadyuvará elevando en lo posible las antedichas poleas de cambio (1). Por el contrario, será preciso para conseguir el equilibrio que el valor de los contrapesos activos sea en cualquier momento el doble de la tensión producida por el peso del tablero sobre sus cadenas de suspensión.

Las dos poleas de cambio van montadas sobre un mismo eje trasversal al paso, y en él se ajusta también la rueda de maniobra en cuyo contorno se actúa por medio de una cadena como en los casos ordinarios.

**100. Equilibrio.**—Los cálculos expuestos para el sistema Poncelet podrían aplicarse al puente que acabamos de describir; sin embargo, su autor ha empleado un procedimiento distinto

---

(1) Esta condición la consideraba Mr. Mangin como primordial, por existir en los reductos de batería para los que propuso su puente una cisterna ó aljibe situada precisamente debajo de la puerta de entrada.

recurriendo á construcciones gráficas. Estas resultan bastante largas y en general no creemos que para el cálculo de un puente cualquiera de contrapeso variable sean recomendables, dadas la sencillez y mayor exactitud del método analítico; pero este exige una disposición especial de la polea de cambio ó del punto de amarre de las cadenas exteriores si su longitud ha de estar relacionada de un modo sencillo con su tensión: ahora bien, en la disposición propuesta por Mangin no se establecen estas sujeciones, y por otra parte como se trata de puentes de poco peso, las diferencias de equilibrio por defectos del procedimiento de cálculo empleado son pequeñas; de aquí que convenga en este caso emplearlo, y en condiciones análogas puede resultar también ventajoso, por lo cual lo daremos á conocer con todo detalle.

Supongamos, para mejor comprensión de cuanto sigue, que se trate de un tablero de 400 kilógramos de peso y 3 metros de distancia entre el punto $A$ de amarre de las cadenas y eje de giro $C$: la línea $A\ C$ contiene el centro de gravedad del tablero y forma un ángulo de 2 grados con la horizontal; supongamos también que el diámetro de las poleas sea de $0^m30$ y de $3^m,50$ la altura de su eje de giro sobre el terreno natural.

La componente del peso del tablero que actúa en $A$ la podemos descomponer en la dirección de las cadenas cuando el tablero está horizontal y en la de la línea $A\ C$, lo que nos dará para valor de la tensión inicial 284 kilógs.; de un modo análogo obtendremos la tensión final igual á 10 kilógs., lo que nos dá una diferencia de 274 kilógs., que es preciso doblar para tener en cuenta la existencia de las poleas móviles, obteniéndose así 548 kilógs., los cuales han de equilibrarse por medio de los contrapesos: las dos poleas móviles reunidas constituirán uno de éstos y supondremos que haya de haber 20 más, escogiéndose un número par á fin de establecer la mitad, ó sean 10 á cada lado del puente y á distancias unos de otros que luego indicaremos. Cada elemento del contrapeso valdrá, según ésto, $\frac{274}{21} = 26{,}100$ kilógramos, á excepción del formado por las dos poleas, al que añadiremos los 10 kilógs. de la tensión final: estos valores son

teóricos y habrá que variarlos luego atendiendo á la influencia del peso de las cadenas y á las resistencias pasivas.

Es necesario determinar ahora las posiciones del puente para las que la disminución de la tensión en las cadenas exteriores es precisamente igual á 26,100 kilógs.; posiciones que, como se comprende por todo lo que llevamos estudiado, no se hallarán uniformemente repartidas, dada la posición de la polea de cambio y del punto de amarre de las citadas cadenas. Para esto determinaremos por medio del paralelógramo de las fuerzas el valor de la tensión en posiciones del tablero separadas un ángulo constante y tanto más pequeño cuanta mayor exactitud queremos alcanzar: hemos tomado el ángulo de 5° y (fig. 104) por abcisas los grados correspondientes á cada posición en una escala cualquiera y por ordenadas las tensiones, obteniéndose la curva *A B*. La ordenada en *B* corresponde al puente vertical *A C'* al mismo cuando está horizontal: la diferencia *A B'* entre ambas, igual según ya se ha dicho á 274 kilógs. se divide, en 21 partes iguales y por los diversos puntos de división se trazan horizontales hasta su encuentro con la curva de tensiones, bajando por los puntos de intersección de aquéllas y ésta las ordenadas correspondientes (representadas en la figura por un trazo más grueso), las abcisas nos darán el valor gradual de las inclinaciones del tablero en las diversas posiciones, para las cuales la tensión de las cadenas disminuye en una cantidad constante igual al peso de cada disco. Nada más fácil que deducir gráficamente la diferencia de longitud de dichas cadenas exteriores al pasar el tablero de cada una de estas posiciones á la inmediata: ahora bien, la diferencia desde que el puente está horizontal hasta la primera posición así determinada, será la distancia que debe haber entre la parte inferior del disco más bajo núm. 1 (fig. 103) y el terreno horizontal; la diferencia siguiente será la distancia vertical entre la parte superior de dicho disco y la inferior del núm. 2, situado al otro lado del eje del paso; la siguiente, la que existe entre la parte superior de 2 y la inferior de 3, y así sucesivamente.

En estas condiciones, y prescindiendo del peso de la cadena y de las resistencias pasivas, el movimiento del puente tendría lu-

gar del siguiente modo: en un principio existiría equilibrio entre el tablero y el contrapeso, equilibrio que se rompería en cuanto se iniciara el movimiento, pues la tensión de las cadenas exteriores va disminuyendo y el contrapeso permanece constante, produciéndose, por consiguiente, una cierta aceleración en aquél; en cuanto el primer disco descansara sobre el suelo volvería á haber equilibrio, pero hallándose favorecida la potencia en virtud de la velocidad adquirida por el sistema, el movimiento se aceleraría de nuevo una vez rebasada esta segunda posición, volviendo á establecerse el equilibrio cuando el disco núm. 2 apoyara á su vez sobre el terreno; nuevamente habría ruptura del equilibrio, y nuevo equilibrio exacto cuando el disco núm. 3 apoyara sobre el 1; así llegará á una última posición de equilibrio cuando los discos superiores descansen sobre los inmediatamente inferiores, en cuyo caso las dos poleas móviles equilibrarán la tensión de las cadenas, alterándose por última vez este equilibrio hasta que se coloque el tablero vertical, en cuya posición habría preponderancia por parte de los contrapesos, preponderancia igual á 26,100 kilógs.

Para el movimiento de descenso sería necesario empezar por levantar las poleas móviles, venciendo así esta preponderancia, y el esfuerzo necesario para realizar el movimiento iría disminuyendo hasta que empezara á elevarse el disco superior de uno de los lados: en el momento de separarse éste de su apoyo, se necesitaría un esfuerzo de 26,100 kilógramos que iría disminuyendo hasta hacerse 0 cuando el disco núm. 2 fuera á elevarse, repitiéndose los mismos hechos hasta la terminación del movimiento.

En la práctica estas circunstancias no se presentarán del modo dicho. En efecto; en primer lugar, el peso de las cadenas exteriores produce un aumento en la tensión igual, según ya sabemos, al de la proyección de las mismas sobre la vertical, y siendo la longitud de estas igual á 3,10 metros, este aumento, suponiendo su peso de dos kilógramos por metro lineal, y teniendo en cuenta que hay dos cadenas, será de 12,40 kilógramos; durante la maniobra pasa por el contrario al lado de la potencia, para favorecerla, una longitud de cadena igual en este caso á $4^{m}$,23 por cada lado, pero como sólo la mitad suma su peso al de los

discos, por cargar la otra mitad sobre la consola fija al fin de la maniobra, aquélla se encontrará aumentada en 8,46 kilógramos; sumemos estas dos diferencias de la tensión teórica á la verdadera, lo que dará 20,86 kilógramos y repartamos este peso entre los 20 discos, duplicándolo antes para tener en cuenta la existencia de la polea móvil: cada disco aumentará su peso en 2 kilógramos próximamente, y de este modo habrá una diferencia constante entre la potencia y la resistencia igual á 8,46 kilógramos. En efecto; observamos que por el referido aumento la potencia gana en total 20,86 kilógramos, y cada vez que se deposite un disco pierde de esta ganancia $\frac{20\,86}{20}$, de modo que al depositarse el de lugar $n$ habrá perdido $\frac{n \times 20{,}86}{20}$; pero por otra parte podemos admitir, sin gran error, que por efecto de la disminución de cadena exterior la tensión producida por su peso disminuye al depositarse un disco en $\frac{12{,}40}{20}$, y, por lo tanto, el de lugar $n$ quedará reducida á $12{,}40 - \frac{12{,}40\,n}{20}$; por efecto de la cadena que ha pasado al interior, la potencia resulta favorecida á cada superposición de un disco sobre su inmediato inferior en $\frac{8.46}{20}$, y al depositarse el de lugar $n$ en $\frac{8{,}46\,n}{20}$; luego, en resumen, la diferencia entre la potencia y la resistencia será en dicho momento

$$\left[\frac{8{,}46 \times n}{20} + 20{,}86 - \frac{n \times 20{,}86}{20}\right] - \left[12{,}40 - \frac{12{,}40 \times n}{20}\right] =$$

$$= 20{,}86 - 12{,}40 = 8{,}46.$$

Siendo sensiblemente constante esta diferencia, si corregimos el contrapeso superior de modo que la anule, quedará anulada en cualquiera posición; pero tal contrapeso se determina además por otra condición: la de que el esfuerzo necesario para iniciar la maniobra sea el mismo, ya se trate de elevar ó bajar el puente; en vez de darle, por tanto, el valor que hasta aquí he-

mos supuesto, se le dará el que se deduce de las consideraciones siguientes. Puesto que el esfuerzo inicial, que es siempre el máximo, ha de ser igual en una que en otra maniobra, calculemos el necesario para ejecutarla en ambos casos, atendiendo á los resultados obtenidos y á las resistencias pasivas: éstas tienen, en general, más intensidad al principio de la operación de elevar el puente que al final; calculadas que sean por los medios que ya veremos, supongamos tengan por valor 20 y 4 kilógramos, respectivamente. Con todos los datos obtenidos, podremos formar el siguiente cuadro:

## MANIOBRA DE ELEVACIÓN DEL PUENTE

### RESISTENCIA

| | |
|---|---|
| Tensión teórica inicial..... | 284 kgs. |
| Influencia del peso de las cadenas..... | 12,40 » |
| Resistencias pasivas..... | 20,00 » |
| TOTAL..... | 316,40 » |

### POTENCIA

| | |
|---|---|
| 20 contrapesos de 28,100 kgs..... | 562,00 kgs. |
| 2 poleas móviles de x kgs ..... | 2 x » |
| TOTAL (teniendo en cuenta la existencia de poleas móviles)..... ... .. | (281—x) » |

Diferencia ó esfuerzo inicial de elevación (35,40 — x) kgs.

## MANIOBRA DE DESCENSO DEL PUENTE

### RESISTENCIA

| | |
|---|---|
| Mitad del peso de las poleas móviles.. | x kgs. |
| Peso de 4m23 de cadena..... | 8,46 » |
| Resistencias pasivas..... | 4,00 » |
| TOTAL..... | (x + 12,46) » |

**POTENCIA**

Tensión de las cadenas..... 10,00 kgs.
Diferencia ó esfuerzo inicial del descenso (x + 2,46) »

Habiendo de ser iguales ambos esfuerzos

$$(35{,}40 - x)\ \text{kgs.} = (x + 2{,}46)\ \text{kgs.};\ x = 16{,}47\ \text{kgs.}$$

El esfuerzo inicial en cualquiera maniobra será 18,93 kilógramos, ó 19 kgs. en números redondos: las poleas móviles en estas condiciones de peso, podrán ejecutarse con facilidad y tendrán suficiente solidez.

Si en vez de un puente de 400 kgs. se hubiera establecido el cálculo para uno de 600 kgs., el esfuerzo máximo necesario resulta igual á unos 30 kgs., de modo que seguiría siendo manejable por un solo hombre.

**101. Detalles de construcción.**—Los discos que constituyen el contrapeso, son de fundición y tienen la forma de un anillo de sección rectangular con cuatro pequeños salientes cilíndricos en las extremidades de dos diámetros perpendiculares entre sí (fig. 105); una asa metálica semicircular se engancha en dos de estas salientes opuestas alternativamente, según cada uno de los diámetros; estas asas llevan en su parte superior un orificio en el que se introduce un eslabón en forma de ocho; á un lado de este orificio, el metal del asa se prolonga formando un apéndice saliente macizo cuyo peso obliga á aquélla á bascular del lado en que él se encuentra, quedando detenido en su movimiento por uno de los cuatro salientes indicados; estos apéndices se hallan alternativamente á derecha é izquierda del orificio del asa en cada serie de los dirigidos en un mismo plano, y de este modo, al aplicarse unos contra otros los elementos que constituyen el contrapeso, los orificios sucesivos se disponen por el abatimiento de las asas, según una hélice de eje vertical en el interior de la pila formado por los discos superpuestos, y cada trozo de cadena de unión de dos contrapesos ocupa así una posición determinada, evitándose así toda confusión ó entrelazamiento de ellos, cualquiera que sea la rapidez conque se efectúe la ma-

niobra. Para prevenir toda oscilación en los contrapesos van guiados en su movimiento por dos barras verticales de hierro en T, (fig. 106) empotradas en el suelo inferiormente y ligadas en su parte superior por una barra horizontal asegurada en los paso por debajo de las poleas fijas; el alma de la T penetra con muros del cierto juego en rebajos de forma conveniente practicados en los discos.

La única rueda que hay para la maniobra se monta sobre el eje común de las poleas superiores al lado de una de éstas.

Los espacios en que juegan los contrapesos convendrá cerrarlos por puertas de madera á fin de preservarlos de cualquier accidente y del polvo; al exterior quedarían solamente la rueda y cadena de maniobra.

**102. Análisis del sistema.**—La disposición descrita habiendo sido concebida principalmente con objeto de reducir el espacio ocupado por el mecanismo equilibrador, lo satisface en condiciones ventajosas; la complicación del contrapeso es más aparente que real, pues aunque cada elemento sea un poco complejo en sí mismo, como todos son iguales, no habrá dificultades en su construcción y será fácil tener algunos de repuesto para reparaciones en caso de averías. El cálculo del sistema es, como ya hemos indicado, largo y penoso, y para un puente de mayores dimensiones que el estudiado, creemos habrían de resultar diferencias en el equilibrio de relativa importancia, por lo cual, acaso fuera preferible, como más sencillo y conveniente, elevar el punto de enganche de las cadenas, no pudiéndose colocar polea de cambio en la vertical del eje de giro porque se aumentarían los rozamientos que ya son de entidad por la existencia de dos poleas, la fija y la móvil: la parte de resistencias pasivas que corresponde al rozamiento de sus muñones de ellas en sus muñoneras, es una de las más considerables de las que se presentan en un puente de cadenas, y no parece lógico aumentar el número de poleas cuando precisamente todos los esfuerzos de los ingenieros se han dirigido siempre á suprimir la polea de cambio; el equilibrio tiene lugar por sacudidas siempre peligrosas para la seguridad de la maniobra; las guias de los discos ocasio-

nan aumentos en las resistencias (1); el tener que hacer un contrapeso doble que de ordinario, puede ser un inconveniente, en especial para tableros de pesos considerables; finalmente, el establecimiento del puente es operación muy delicada y que requiere una ejecución muy esmerada para establecer el contrapeso en las condiciones asignadas por la teoría. En resúmen, para grandes puentes levadizos, en que todos los defectos anteriores se han de hacer más sensibles y en los que en general el espacio destinado al mecanismo no será excesivamente restringido, la disposición descrita no puede ser preferible á la propuesta por Poncelet, y sólo será conveniente adoptarla en ocasiones semejantes á las que consideró su inventor, ó sea para puentes de poco peso en que el aparato equilibrador haya de estar muy concentrado. Pero aun en estas condiciones puede ser más sencillo y económico recurrir al puente de bombas que se describirá en el capítulo siguiente.

(1) Este defecto se hizo muy sensible en un puente en escala. Un medio que el autor construyó como modelo y obligó á sustituir las vigas rígidas por alambres, que en la escala natural hubieran sido varillas de cierta flexibilidad; pero éstas no impidieron las oscilaciones del contrapeso.

# CAPÍTULO VIII

## CONTINUACIÓN DE LOS PUENTES LEVADIZOS DE CONTRAPESO VARIABLE.

Contrapesos variables sistemas Desfeux, Lacoste, Guèze y Piochet.—Puente de rosario de bombas.—Puente Devèze.

**103. Contrapesos variables sistemas Desfeux, Lacoste, Guéze y Piochet.**—Los inconvenientes anejos á las cadenas contrapesos del sistema Poncelet han dado origen á algunas disposiciones de contrapesos, cuya variabilidad pudiera tener lugar en la práctica en condiciones más ventajosas. Describiremos ligeramente los sistemas indicados en el epígrafe, sin detenernos á establecer su cálculo, que puede efectuarse siguiendo la misma marcha que para los contrapesos de cadenas; por lo demás estas disposiciones han sido poco empleadas por ser los inconvenientes á que dan lugar superiores á las ventajas que se han tratado de conseguir.

El contrapeso Desfeux consiste (fig. 107) en una serie de anillos circulares superpuestos de diámetros exterior é interior decrecientes, el último de los cuales descansa sobre un cilindro macizo al que se sujeta la extremidad interior de las cadenas de suspensión del puente, cuya dirección coincide con la del eje del tronco de cono que forma la serie de cilindros huecos de los elementos constitutivos del contrapeso. Una serie de anillos circulares empotrados en nichos abiertos en la mampostería de los muros laterales, á alturas convenientemente calculadas y de diámetro inferior decreciente, retienen los diferentes discos del

contrapeso uno á uno, al producirse el movimiento ascensional del tablero, de tal modo que en el momento de quedar retenido uno de ellos la tensión producida en las cadenas de suspensión por los restantes es igual á la producida por el tablero; al efectuarse el movimiento contrario los discos abandonan su apoyo fijo para venir á aumentar por su peso la tensión que los anteriores al últimamente recogido efectuaban.

Como se deduce de lo anterior, el número de posiciones en que tenga lugar el equilibrio con exactitud es igual al de discos del contrapeso: en las intermedias habrá preponderancia por parte del contrapeso, lo que facilitará la maniobra de ascenso y dificultará la de descenso. Puede duplicarse el número de dichas posiciones haciendo que los discos del contrapeso de un lado descansen en los anillos cuando en el otro ocupen la posición intermedia.

A fin de que los discos se encajen entre sí conservando sus centros sobre una misma vertical, se les dá una forma ligeramente bombeada, convexa en la parte inferior y cóncava en la superior y el contorno se hace tronco-cónico para facilitar su moldeo. Una serie de varillas de unión entre cada dos anillos situadas en la parte opuesta á la cavidad abierta en el paso, coadyuvan con dicha cavidad á guiar el movimiento del contrapeso

Esta disposición, aunque evita las resistencias perjudiciales que vimos en los contrapesos de cadenas, tiene el inconveniente de dar un número relativamente pequeño de posiciones de equilibrio; las diferencias entre el teórico y el real son considerables pudiendo llegar hasta 50 kilógramos independientemente de las que producen las resistencias pasivas, en contrapesos de 1000 kilógramos; la marcha del tablero no es regular y se originan violentas sacudidas que comprometen la estabilidad del mecanismo y producen su rápido deterioro; finalmente, para fundir las piezas que componen cada contrapeso se hace preciso fabricar tantos moldes distintos como sea el número de éstas. Por otra parte la colocación de las consolas es operación difícil, pues no solo han de ocupar sitio marcado por la teoría sino que sus centros deben también hallarse sobre una misma vertical, condiciones que de no cumplirse con exactitud originan irregulari

dades en el movimiento, y por consiguiente, trastornos graves en el mecanismo.

Estos numerosos defectos presentan tal carácter de gravedad, que no permiten contar con obtener un buen resultado permanente, por mucho cuidado que se ponga.

El puente Lacoste está basado sobre las mismas ideas que el precedente, habiéndose tomado en la disposición del contrapeso algunas precauciones que tienden á evitar defectos reconocidos en aquél. Las placas de fundición que sobre puestas constituyen el contrapeso (fig. 108) son rectangulares, de dimensión constante en sentido perpendicular al paso y decrecientes según la ley de una progresión aritmética; las paralelas al mismo están provistas de un orificio circular en su centro destinado á dar paso á las cadenas de suspension del puente y de dos muescas semicilíndricas en el medio de los lados mayores, á las que se adaptan varillas verticales fijas que guían de este modo el contrapeso, evitando oscilaciones peligrosas y perjudiciales á la regularidad de la maniobra. Cada placa lleva también en su parte superior cuatro cavidades rectangulares, simétricamente repartidas alrededor del orificio central, en las que se vierte plomo fundido, no sólo para regular el equilibrio si fuera necesario por los inevitables defectos de ejecución, sino también para evitar que por falta de homogeneidad en la función ó defectos de moldeo, resulten mal centradas, lo que daría al contrapeso tendencia á inclinarse á un lado, ocasionando así rozamientos enormes. La armadura inferior consiste en un cilindro de hierro, al que se unen las cadenas por un extremo, en tanto que el otro queda terrajado y provisto de una tuerca de cobre, en la que hay practicados varios orificios que permiten hacerla subir y bajar y con ella todo el contrapeso: cuando el peso de esta armadura no basta para asegurar el equilibrio en la posición final, se coloca debajo de ella una placa suplementaria de fundición convenientemente calculada.

La disposición que se empleó en un principio para retener losdiversos elementos del contrapeso á medida que el puente se elevaba consistió en un entramado de hierro formado por cuatro montantes situados en dos planos verticales, pero inclinados

dentro de ellos en la cantidad conveniente, para que traviesas horizontales, unidas á los mismos y de dirección perpendicular al eje del paso, fueran proporcionando apoyos sucesivos á las ya referidas placas. Aun cuando el peso de todas éstas fuera constante, por estar calculadas para longitudes exteriores de cadena uniformemente decrecientes, como su espesor no era el mismo, se hacía preciso espaciar desigualmente dichas barras, marcando su colocación con mucho esmero por medio de un dibujo preliminar ejecutado en gran escala. Las varillas guías de que se ha hablado se situaban, como es lógico, según la línea media de las dos caras verticales laterales del tronco de pirámide formado por los cuatro montantes.

Posteriormente se adoptó para mayor sencillez la disposición que representa la figura, en la cual se emplean para detener las placas, en vez de las barras trasversales, pequeños topes empotrados en la parte en talud del apoyo de mampostería que soporta la polea de maniobra y en el paramento inclinado de otro pilar que se construye frente á aquél: se podría también emplear una cavidad de forma conveniente, practicada en los muros laterales del paso, de un modo análogo al del sistema Desfeux.

En este sistema, aunque el contrapeso resulta mejor guiado que en el anterior y ocupa menos espacio en el sentido trasversal al paso, persisten los inconvenientes de sacudidas bruscas durante la maniobra, dificultad de construcción en las placas, que son todas de modelos distintos, y de establecimiento de las barras de apoyo. Tanto en esta disposición como en la anterior una vez establecido el puente resultan difíciles de corregir los errores un poco considerables de equilibrio.

El contrapeso Guèze presenta una disposición muy ingeniosa, que consiste en una serie de cilindros encajados unos dentro de otros, de modo que resulta un conjunto semejante á dos anteojos unidos por sus objetivos. Un cilindro de palastro (fig 109) provisto de rebordes interiores en sus partes superior é inferior es el que contiene todos los demás cuando el puente está horizontal; forman estas dos series, que quedan respectivamente por arriba y por debajo de dicho cilindro central cuando el contrapeso está desplegado; la serie superior la constituyen cilindros

de fundición de altura mitad de la de aquél y que llevan un reborde interior en la parte superior y otro exterior en la inferior; los de la serie inferior son idénticos á aquéllos, salvo en la disposición de los rebordes que está invertido: el radio exterior de cada cilindro es igual al interior de aquél en que encaja disminuído en el ancho de cada reborde y en medio centímetro para evitar rozamientos.

Cuando el contrapeso está replegado se presenta en la forma de la figura: en ella se ven distintamente las dos series de cilindros, apoyadas la superior en la inferior por sus rebordes; la armadura de suspensión de las cadenas la constituye una pieza *a b c d*, formada por la barra *a b* y una cruz de cuatro brazos iguales, de los que dos aparecen proyectados en *c b* y *b d*, que se une á tornillo á la barra vertical: los cuatro brazos inferiores trasmiten á las cadenas el peso de todos los cilindros que componen el contrapeso cuando éste tiene la disposición de la figura.

La armadura superior la constituye un cilindro *f g* de doble altura que los demás y de diámetro interior calculado, de modo que permita el libre paso de las cadenas de suspensión: en su base superior lleva sujeta una pieza *g*, cuyo objeto veremos.

Al muro lateral del paso se fija una consola, cuya rama horizontal termina en forma de corona circular, colocada de tal modo que el centro de ésta se encuentre sobre la vertical de la porción interior de las cadenas de suspensión: esta parte anular es la que se vé en corte en *h*, y como por el interior de ella pasa el cilindro que constituye la armadura superior, el radio de su parte interna se hará algo mayor que el de la superficie interior de aquél. A la corona vá sobrepuesta una pieza *i* para que en ella encaje la *g*.

Se comprende ya con lo dicho la forma en que se realiza el equilibrio; cuando el puente está horizontal, la parte *g* queda separada de su apoyo *d*, y todo el esfuerzo á que da lugar el contrapeso se transmite á las cadenas de suspensión; al iniciarse el movimiento de elevación, la armadura superior apoyándose por su parte *g* en la corona fija *d*, actúa por su peso sobre la consola y deja de actuar sobre las expresadas cadenas; cuando pasa por

las poleas una nueva longitud de cadena igual á la altura de uno de los cilindros, el de radio inmediatamente superior al que forma dicha armadura se suspende por su reborde superior del inferior de aquél, y cargando sobre la consola deja de cargar sobre las cadenas; análogamente se realiza el movimiento en las posiciones sucesivas del tablero, hasta que al colocarse vertical unicamente el peso de la armadura inferior equilibra la tensión que aun en este caso sufren las cadenas exteriores.

Calculado el valor total del contrapeso, si se dispone la maniobra de modo que haya $n$ cilindros, como cada uno de ellos deja de obrar como peso activo al pasar una longitud de cadena igual á la distancia vertical entre sus dos rebordes, se deduce que dicha distancia será igual á $\frac{l_0 - l_n}{n}$ y el peso de cada cilindro la $n^{sima}$ parte del contrapeso total, después de restar del mismo el de la armadura inferior, que será igual al de la tensión final. Las demás dimensiones de los cilindros se calculan sujetándose á las de la armadura superior: el diámetro de la superficie interna de ésta ha de ser el de la cadena, aumentado en algunos centímetros para dejar el juego conveniente, y el diámetro exterior será el que resulte atendiendo al peso de dicha armadura; el diámetro interior de los demás cilindros se determinará por las condiciones ya expresadas, á partir del que sigue á la armadura, y el exterior teniendo en cuenta el peso que cada uno de ellos ha de tener; el cilindro intermedio, como resulta de un espesor muy pequeño, se hace de palastro en vez de hacerlo de fundición como los demás.

Un procedimiento gráfico muy sencillo permite determinar con facilidad estos espesores, dispensando de todo cálculo y dando suficiente exactitud; si además se construye en escala natural sobre una hoja de zinc y se marcan en ella los espesores, puede servir de calibrador para el contrapeso una vez construído. Sea $q$ el peso constante de cada cilindro: si construyéramos uno macizo de este peso su radio $R$ vendría determinado, siendo $A$ su altura y $\delta$ la densidad de la fundición, por la fórmula

$$R = \sqrt{\frac{q}{\pi A \delta}}$$

describamos una circunferencia con este radio (fig. 111) y sea *o b* el interior del primer cilindro: la hipotenusa *b c* será la longitud del radio exterior; en efecto,

$$b\,c = \sqrt{o\,b^2 + o\,c^2} = \sqrt{o\,b^2 + \frac{q}{\pi\,A\,\delta}}$$

ahora bien, para que el cilindro de radio interior *o b* pese también *q*, es preciso que su radio exterior *x* sea tal que

$$\pi\,(x^2 - o\,b^2)\,A\,\delta = q \quad \text{ó} \quad x = \sqrt{o\,b^2 - \frac{q}{\pi\,A\,\delta}}$$

de donde $x = b\,c$. Del mismo modo se vería que *c d* era la magnitud del radio exterior del cilindro cuyo radio interior fuera *o d*, y así sucesivamente.

Para corregir las variaciones de equilibrio accidentales, ó para rectificar la maniobra se disponen paralelamente á los paramentos verticales de los largueros exteriores del tablero dos varillas de hierro donde van atravesados dos contrapesos que pueden resbalar á lo largo de ellos, acercándose ó alejándose al eje de giro, y que se fijan en la posición conveniente por medio de tornillos de presión: el cálculo teórico se realiza suponiéndolos colocados en los extremos de la línea paralela al eje de giro del tablero que pasa por el centro de gravedad del mismo.

Como en los sistemas anteriores, se establecerán los contrapesos de ambos lados del puente, de modo que cuando en un lado uno de los elementos que los componen queda suspendido de la armadura superior, en el otro el elemento correspondiente haya recorrido la mitad de la altura del cilindro al que es inferior, consiguiéndose de este modo un número de posiciones de equilibrio doble del de cilindros que forman cada contrapeso.

Esta disposición, muy ingeniosa y bien concebida, presenta sin embargo, graves inconvenientes que hacen no sea recomendable su empleo: en primer lugar, es muy complicada la organización del contrapeso y exige mucha atención en la construcción de todos sus detalles, aún cuando en el estado actual de las construcciones de hierro no es dudoso que se obtendría un buen re-

sultado; pero la misma razón hace que sea demasiado delicado para confiarlo á un personal inhábil ó poco experimentado, tanto más, cuanto que la ruptura de un simple reborde basta para inutilizar todo el mecanismo; además, el equilibrio no existe sino á intérvalos y se producirán también sacudidas, origen de oscilaciones peligrosas y perjudiciales, lo que podría evitarse guiando por medio de varillas verticales la armadura inferior, pero complicando así más un mecanismo de suyo nada sencillo; por otra parte, el procedimiento empleado para corregir las alteraciones de equilibrio será en general insuficiente, y un defecto de ejecución ó una alteración en el peso del tablero, serán siempre difíciles, si no imposibles de remediar por completo.

**104. Puente de rosario de bombas.**—En algunas ocasiones con objeto de simplificar la construcción de los contrapesos variables, se han constituído éstos por una serie de bombas ligadas unas á otras por pequeños trozos de cadenas, habiéndose adoptado dos disposiciones para hacer variar el número de las que actúan sobre el tablero.

En la primera las bombas descansan á medida que el puente se eleva en el fondo de un pozo de un diámetro igual al anterior de aquéllas, á fin de impedir oscilaciones y choques y regularizar así el movimiento. Generalmente la maniobra se ejecuta en este caso tirando de la misma cadena contrapeso á fin de simplificar el sistema, lo que no quiere decir que no se puedan adoptar las ruedas ordinarias.

La otra disposición (fig. 112), consiste en sujetar la extremidad inferior del rosario de bombas de un punto fijo, de modo que se vaya replegando al elevarse el puente y dejando de actuar sobre las cadenas exteriores: es, como se vé, la mismadisposición que en el contrapeso Poncelet, y de un modo análogo á lo que con él ocurría, aquí, si han de quedar verticales las dos ramas de la cadena contrapeso, á saber, la que actúa sobre las cadenas exteriores y la que carga en el punto fijo, es necesario que la distancia entre dos bombas sucesivas sea algo mayor que el diámetro; sin embargo, será en general necesario disponerlas á menor distancia para colocar el mayor número de bombas, y en

tal caso, se determinará experimentalmente la que debe existir entre la vertical de la parte activa de cadena y el punto fijo. La maniobra de elevación puede efectuarse como en el caso anterior, y en cuanto á la de descenso la figura indica claramente uno de los medios que se pueden adoptar.

Como estos puentes, por las razones que más adelante indicaremos, han de encontrar su principal aplicación en obras provisionales, conviene emplear un medio de cálculo expedito, aunque sólo sea aproximado, ya que dada también su constitución es fácil corregirlos después de puestos en obra, para lo cual se vierte plomo fundido en el interior de las bombas cuando sea necesario aumentar su peso. Así para la primera disposición es suficiente construir un dibujo en escala de las líneas principales del puente y dar en él varias posiciones á la recta que une el eje de giro con el punto de enganche de las cadenas: descomponiendo en sentido de dicha línea y en el de estas cadenas la componente del peso del tablero aplicada en el expresado punto de enganche se obtendrán las tensiones sucesivas á que están sometidas las cadenas; la diferencia entre cada dos tensiones consecutivas da el peso que debe tener cada una de las bombas que ha de descansar en la inferior al llegar el tablero á la posición en que se produce la menor de ambas tensiones; midiendo también sobre el mismo dibujo las diferencias de longitud de las cadenas exteriores de una posición á otra, éstas serán también las distancias que deben mediar entre cada dos bombas consecutivas. Para calcular á *priori* el número total de ellas, que será desde luego el de posición de equilibrio, se medirá la diferencia entre la tensión inicial y la final, y ésta debe ser el peso de todas las bombas reunidas.

Las bombas se pueden repartir atendiendo á que las diversas posiciones del tablero equidisten entre sí un cierto ángulo, ó bien á que las bombas queden equidistantes: en este segundo caso las posiciones de aquél para las que se hace la construcción ya explicada tendrán que determinarse, y facilmente se concibe cómo, por la condición de que de una á otra pase por las poleas una longitud de cadena igual á la distancia entre las dos bombas.

Como se ve, no es necesario, dado el método que se emplea,

imponerse sujeción ninguna para que la tensión de las cadenas sea proporcional á su longitud exterior; se puede, pues, usar una sola polea y colocarla en la posición que más convenga. La rectificación en obra permitirá tener en el sistema un equilibrio suficiente para la fácil maniobra.

Para puentes dispuestos según el segundo sistema, lo mejor es emplear el mismo cálculo que para el puente Poncelet, pues es bastante sencillo en su aplicación.

Estas dos disposiciones, á las ventajas de sencillez de organización y de cálculo y establecimiento, réune las no pequeñas de ocupar muy poco espacio y ser económicas; pero la maniobra no se puede verificar con regularidad por las oscilaciones de los contrapesos y las sacudidas que se originan al apoyar unas bombas en otras, pues pueden resbalar de un modo brusco al irse depositando en el fondo del pozo en la primera disposición; las mismas sacudidas se producirían al levantarse el puente cada vez que una de las bombas salga del reposo; finalmente, el número de posiciones de equilibrio no puede ser muy grande, y la ruptura de un rosario puede producir graves accidentes, lo que hace peligrosa la maniobra.

Por todo lo dicho, y por la facilidad de improvisar los elementos constitutivos de ellas, ambas disposiciones encontrarán su principal aplicación en la fortificación de campaña, donde tampoco se necesitará una gran exactitud en el equilibrio; además, en una obra permanente serían difíciles de emplear, pues por muy próximas que se coloquen las bombas, como la longitud del contrapeso es limitada, no bastan las de mayor calibre y peso para equilibrar el de un tablero de alguna importancia: esto podría remediarse como propone Gabba, haciendo que parte del peso del tablero quedara equilibrado por una báscula inferior, como en los puentes de este nombre, y el resto por el rosario de bombas, pero esto quita al sistema la ventaja de su sencillez y en pocas ocasiones parece que será conveniente aplicar tal idea. A fin de salvar este inconveniente, propone también el Mayor Figari un contrapeso como el propuesto por el mismo para el puente Poncelet, poniendo bombas en vez de los cilindros ó una y otros combinados; sin embargo, ante la necesidad de cons-

truir un contrapeso algo complicado, no parece que dará gran ventaja poner bombas en lugar de los cilindros.

**105. Puente Devéze.—Idea general del mismo.—** En 1869 el municipio de la plaza de Grenoble construyó á sus expensas una puerta en las fortificaciones para la que se empleó una ornamentación más rica que la usada generalmente en estas obras. Con objeto de no afear el conjunto arquitectónico por el mecanismo del puente levadizo, y atendiendo también á la sencillez, se trató en un principio de establecer un puente de báscula inferior; pero un canal subterráneo, que atravesaba el foso en el eje mismo de la puerta, hacía imposible la aplicación del sistema, siendo necesario recurrir á un puente de cadenas. En estas circunstancias el Coronel Devéze propuso é hizo ejecutar el puente que lleva su nombre, cuyo mecanismo, consistente tan sólo en la forma especial del contrapeso, quedaba completamente oculto en un pozo de $3^m 60$ milímetros de profundidad, no apareciendo al exterior otra cosa que la cadena de suspensión del mismo y la polea superior con ruedas de maniobra, que por su misma altura era únicamente visible, situándose en el interior del paso y mirando hácia la bóveda.

Fácil es darse cuenta del fundamento del puente Devèze enunciado en toda su generalidad: para ello, supongamos que en una posición cualquiera del tablero sea $B\,C$ (fig. 113) la porción interior de su cadena de suspensión y $Q$ la fuerza vertical que origina la acción de la gravedad sobre un contrapeso; no siendo esta fuerza igual ni directamente opuesta á la tensión que sufre la expresada cadena, introduciremos para lograr el equilibrio, una tercera originada mediante la sujeción del contrapeso á un punto fijo $A$ por el intermedio de una cadena $A\,D$, cuya tensión será desde luego, cuando el sistema se halle en equilibrio, igual y directamente opuesta á la resultante de la de $B\,C$ y de $Q$, ó lo que es lo mismo, esta última fuerza debe descomponerse en otras dos que concurran con ella en un punto $G$, siendo la magnitud de la que tiene por línea de acción $B\,C$ igual y opuesta á la tensión producida por el peso del tablero, y no debiendo cumplir lo que obra según $A\,D$ con otra condición, en

cuanto á su magnitud, que la de no alterar la fijeza del punto *A*.

En otra posición cualquiera, varíe ó no la dirección de la cadena *B C*, como la magnitud de su tensión varía, en tanto que *Q* permanece constante, será indispensable para que el equilibrio persista, que varíen la magnitud, la dirección ó ambas circunstancias de la tensión de la cadena *A D*. Para realizar en la práctica estos cambios de magnitud y dirección, puede procederse de la siguiente manera: el contrapeso *Q* se compone de un sector *F* en cuyo borde curvilíneo se adapta la cadena *B C* que se sujeta por su extremidad en un punto del sector expresado; otras dos cadenas proyectadas en *A D* se sujetan á su vez á dos sectores *E*, fijos á uno y otro lado del *F*, y adaptándose á sus bordes, vienen á quedar suspendidas del punto *A*; de cuya disposición se deduce, que al elevarse el puente se alarga la cadena *B C* y el contrapeso desciende girando en el sentido de la flecha, arrollándose aquélla sobre el borde del sector *F* y desarrollándose de los sectores *E* las cadenas *A D*.

Con arreglo á lo que antecede, es posible calcular la forma de las curvas de los bordes de los sectores, de tal modo, que en cualquiera posición del sistema, la tensión variable de *B C*, la fuerza *Q* y la tensión *A D* se hagan equilibrio; pero á fin de simplificar el problema, trataremos de reducir la variabilidad de los elementos determinantes de las fuerzas *B C* y *A D*, lo que se conseguirá indudablemente si establecemos la condición de que se conserven constantemente verticales en cuanto á su dirección, quedando fija así también su línea de acción por la fijeza de los puntos *A* y *B*; la fuerza *Q* constante en magnitud y dirección tendrá línea de acción variable, y debido á esto, es decir, á la variación de su distancia á las líneas *B C* y *A D*, (fig. 114) podrá lograrse su equilibrio constante entre ella, la tensión variable de *B C*, dato de la cuestión, y la de *A D*: al estar el tablero horizontal, *Q* ocupará la posición más próxima á *A B* entre todas las que ha de tener, y una vez iniciado el movimiento de ascenso, girará el contrapeso en sentido de la flecha *1* y *Q*, se irá alejando de *B C* y acercándose á *A D*, disminuyendo, por lo tanto, la componente en dirección de la primera cadena, al mismo tiempo que dismi-

nuye la tensión que en la misma produce el peso del tablero, y aumentando la de la segunda.

Pero aun cabe introducir otra simplicación que es fácil concebir desde el momento en que se observe, con arreglo á lo dicho, la dependencia mútua de las curvas correspondientes á los sectores $C$ y $D$: observemos en efecto, que siendo las cadenas tangentes á estas curvas verticales, las normales en los puntos de contacto serán horizontales, y si nosotros establecemos además la condición de que dichas normales tengan un punto común, coincidirán en una sola, y la misma construcción que dé el trazado de una curva nos permitirá obtener el de la otra, sin más que llevar sobre la prolongación de la magnitud determinada para la normal en $C$, con la condición de que la componente de $Q$ según $B\ C$ sea igual á la tensión de las cadenas exteriores, la diferencia existente entre $C\ D$ y la expresada magnitud.

**106. Equilibrio.**—Estudiemos ahora el equilibrio en las condiciones que acabamos de establecer para todos los elementos del sistema. Empezaremos por observar que á medida que el puente se eleva, el contrapeso girará, según digimos, para el caso general, al par que descienda, y la distancia de su centro de gravedad á la cadena $B\ C$ deberá ir aumentando, debiendo ser por lo tanto una función del ángulo $\varphi$ de giro que puede representarse por $f(\varphi)$: á su vez, si llamamos $\delta$ la equidistancia de $B\ C$ y $A\ D$, el referido centro distará de $A\ D$ una magnitud constantemente igual á $d - f(\varphi)$, pudiéndose establecer en consecuencia, para que haya equilibrio en un momento cualquiera

$$Q\,(\delta - f\,(\varphi)] = k\,l \times \delta$$

siendo $k\,l$ la tensión de las cadenas exteriores (no teniendo en cuenta el peso y flexibilidad de ellas) cuando por un medio de los tantas veces indicados pueda recibir esta expresión.

Diferenciando con relación á $\varphi$, tendremos:

$$\frac{-Q\,.\,d\,f(\varphi)}{d\,\varphi} = k \times \delta \times \frac{d\,l}{d\,\varphi}$$

puesto que $l$, longitud de cadena exterior depende del ángulo $\varphi$ que gire el contrapeso, ya que se ha de ir arrollando sobre su contorno; pero si designamos por $l'$ la longitud de cadena interior desde el punto de amarre de su extremidad al contrapeso hasta el de contacto con la polea establecida en lo alto de la porción $B\,C$, podemos establecer sin error sensible

$$l + l' = \text{constante} \qquad \mathrm{d}\,l = -\,\mathrm{d}\,l'$$

Examinemos ahora con detenimiento lo que ocurre al verificarse un movimiento diferencial del tablero que hace pasar por la polea superior $B$ una longitud $d\,l'$ de cadena: el contrapeso, en virtud de su constitución, desciende girando á lo largo de la vertical $A\,D$, arrollándose á la cadena $B\,C$. Para darnos cuenta exacta de este movimiento, observaremos que si el punto de tangencia $C$ desciende la magnitud diferencial $C\,C_1$, como el contrapeso se arrolla al propio tiempo sobre $B\,C$, el nuevo punto de tangencia no será $C_1$ sino $C'$, situado en la vertical de $B\,C$, de tal modo que $C\,C'$ resulte igual á la longitud de cadena que ha pasado por $B$, que á su vez es igual á $C\,C_1$ menos la $C_1\,C'$ que se ha arrollado sobre la curva buscada, y como según hemos dicho los puntos de tangencia queremos que permanezcan en una misma horizontal, el punto de contacto $D$ habrá venido á $D_1$, y el nuevo punto de tangencia será el $D'$, de tal modo que $D\,D' = D'\,D_1$. Pero en el movimiento diferencial que consideramos $D\,D'$ y el ángulo $D\,D'\,D_1$ son diferenciales de primer orden, de modo que el desplazamiento $D_1\,D$ del primer punto de tangencia es un elemento diferencial de segundo orden, y el movimiento diferencial de rotación del contrapeso puede considerarse como efectuado alrededor del punto $D$, describiendo un ángulo medido por el pequeño arco de círculo vertical $C\,C_1$, de amplitud $d\,l'$ y de radio $C\,D = \delta$, de modo que se tendrá (1):

---

(1) Con más brevedad podríamos haber expresado cuanto antecede, indicando que las espirales dobles tienen en realidad un movimiento epicicloidal, pues ruedan sin resbalar á lo largo de la vertical: $D$ es, pues, en virtud de un teorema bien conocido de cinemática, centro instantáneo de rotación en el movimiento expresado.

$$d\,l' = \delta \,.\, d\,\varphi,$$

y

$$\frac{Q\,.\,d\,f(\varphi)}{d\,\varphi} = k\,\delta^2 \qquad Q\,d\,f(\varphi) = k\ .\ \delta^2\ .\ d\,\varphi$$

é integrando

$$Q\ .\ f(\varphi) = k\,\delta^2\ .\ \varphi + c'\,(\text{constante}),$$

de donde

$$f(\varphi) = \frac{k\,\delta^2}{Q}\ \varphi + c',$$

que nos indica ser f (φ), ó lo que es lo mismo, la distancia de *C* á la vertical que pasa por *G*, centro de gravedad, igual á la magnitud de radio de curvatura de una evolvente de la circunferencia de radio $r = \frac{k\,\delta^2}{Q}$.

La distancia de *G* á la vertical *A D* será á su vez

$$\delta - \left(\frac{k\,\delta^2}{Q}\,\varphi + c'\right) = c'' - \varphi\frac{k\,\delta^2}{Q},$$

ó sea la magnitud del radio de curvatura de otra evolvente de la misma circunferencia, engendrada en sentido inverso del de la precedente. Por consiguiente, si unimos los puntos *C'* y *D'* de contacto de las cadenas *B C* y *A D* con las curvas buscadas por una recta *C' D'*, ésta, en virtud de cuanto se ha dicho, será horizontal, normal á dichas curvas, y, además, si el sistema ha de hallarse en equilibrio, quedará dividida en el punto *E* de encuentro con la vertical que pasa por *G'*, centro de gravedad del contrapeso, en dos partes *C' E'* y *E' D'* que por ser iguales á la *C'*, *G'* y *G' D'*, tendrán la magnitud de los radios de curvatura de dos evolventes de la circunferencia de radio *r*, de modo que trazando ésta desde *G'* como centro, el punto *E'* será el de tangencia de la expresada normal común, *C' D'*: una cosa análoga tendrá lugar en cualquiera posición del contrapeso, y en definiva, las curvas objeto de nuestras investigaciones tendrán la for-

ma y disposición que la figura representa, pudiéndose considerar como engendradas por los puntos $C$ y $D$ de una tangente á la circunferencia $G\,E$, sobre la que aquélla rueda sin resbalar, experimentando las distancias de estos puntos al de contacto variaciones proporcionales al ángulo de giro. Para fijar por completo la posición de estas evolventes, basta fijar la de un radio de curvatura cualquiera, lo que exige la determinación de las constantes que entran en la expresión de los valores de los mismos; al efecto, observaremos que para $\varphi = o$, es decir, en la posición inicial del puente, aquéllos tomarán los valores $C\,E$ y $E\,D$ que corresponden á la posición primera del contrapeso, los cuales, llamando $\alpha$ y $\beta$ los ángulos que la tangente generadora de las evolventes ha girado desde el origen de los mismos hasta llegar á la posición de tangencia en $E$, tendrán por valores $r\,\alpha$ y $r\,\beta$, respectivamente: ahora bien, para el equilibrio en la expresada posición inicial es necesario que

$$K\,l_0\,(\alpha+\beta) = Q\,r\,\beta$$

designando por $l_0$ la longitud de cadena exterior cuando el tablero está horizontal; pero, según hemos visto, el radio $r$ es igual $\frac{K\,\delta^2}{Q}$, y como $\delta$ es constante, será igual á $r\,(\alpha+\beta)$, con lo que

$$r = \frac{K\,\delta^2}{Q} = \frac{K\,r^2\,(\alpha+\beta)^2}{Q} \qquad Q = (\alpha+\beta)^2\,r\,K \qquad \textbf{(1)}$$

cuyo valor, sustituido en la relación antes encontrada, la convertirá en

$$l_0 = r\,\beta\,(\alpha+\beta) \qquad \textbf{(2)}$$

En resúmen, establecida la condición de que las curvas deseadas sean evolventes de circunferencia, cuyo centro coincida con el de gravedad del contrapeso, bastará para asegurar el equilibrio indiferente del sistema que el radio $r$ de la evoluta, los ángulos $\alpha$ y $\beta$ que fijan la posición inicial de la evolvente y el peso $Q$ del contrapeso satisfagan á las relaciones **(1)** y **(2)**: generalmente se tomará la **(1)** para determinar el valor de $Q$ y la **(2)**

para determinar el de cualquiera de las otras tres variables, asignando valores arbitrarios á las restantes; la cuestión puede, por consiguiente, resolverse de una infinidad de maneras, ventaja considerable que nos permitirá escoger entre ellas lo más conveniente, limitando el número de soluciones, como vamos á ver, por las exigencias de la práctica que dán lugar al establecimiento de nuevas condiciones.

**107. Examen de las soluciones más convenientes.**— Las evolventes cuya determinación acabamos de indicar, lo son de una misma circunferencia, pero como los ángulos $\alpha$ y $\beta$ que fijan su posición pueden ser arbitrarios, la longitud de las mismas, desde su origen hasta el último punto de contacto con las cadenas $B\,C$ y primero con las $A\,D$, serán por lo general distintas, ó dicho de otro modo, las amplitudes angulares que miden el giro de cada una de las tangentes que las originan tendrán valores diferentes; es claro que la construcción de los sectores, y en general la del contrapeso, se facilitará de una manera considerable si se hace el cálculo del puente de modo que las dos evolventes sean exactamente iguales: veamos qué nueva relación origina la circunstancia expresada.

Para ello observaremos que si la citada igualdad de desarrollo tiene lugar la distancia de $C\,B$ á $G$, cuando el puente esté vertical, debe ser la misma que la de $G$ á $A\,D$ cuando esté horizontal: representando por $\varphi_1$ el ángulo que mide el giro del contrapeso al pasar de una posición á otra, se tendrá:

$$(3) \qquad r(\alpha + \varphi_1) = r\beta\ .$$

En su consecuencia, podremos establecer de un modo análogo al que empleamos para la igualdad (**2**),

$$(4) \qquad l_n = r\alpha(\alpha + \beta).$$

Otra condición podremos añadir á las (**1**) (**2**) y (**4**) que hará completamente determinado el problema: notemos para ello que conviene hacer las evolventes lo más cerradas posible, para disminuir el diámetro del contrapeso y que sean más fáciles de

centrar, esto equivale á decir que el ángulo de rotación del contrapeso debe ser muy grande; pero por otra parte, queda limitado, atendiendo á la necesidad de impedir que las extremidades *M M'* de los sectores choquen con las cadenas verticales en las posiciones extremas; su valor máximo será, por consiguiente, una circunferencia y un cuadrante, ó sea $\frac{10}{8}\,2\pi$, pero la necesidad de dejar un cierto juego entre dichas cadenas y extremidades, á fin de tener en cuenta las irregularidades de construcción nos obligan á no pasar en la práctica de $\frac{9}{8}\,2\pi$

Ahora bien la igualdad (**3**) demuestra que la diferencia entre $\beta$ y $\alpha$ es igual al ángulo de giro del contrapeso, y, por tanto, se tendrá:

$$(\mathbf{4}) \qquad \beta - \alpha = \frac{9}{8}\,2\pi$$

resultando en definitiva que las ecuaciones para determinar $\alpha$ $\beta$ $r$ y $Q$ serán

$$(\mathbf{1})\ Q = (\alpha+\beta)^2\, r\, K \qquad (\mathbf{3}) \qquad l_n = r\,\alpha\,(\alpha+\beta)$$

$$(\mathbf{2}) \qquad l_0 = r\,\beta\,(\alpha+\beta) \qquad (\mathbf{4}) \qquad \beta - \alpha = \frac{9}{8}\,2\pi$$

sumando (**2**) y (**3**) se tiene

$$l_0 + l_n = (\alpha+\beta)^2$$

y por consiguiente

$$(\mathbf{5}) \qquad Q = (l_0 + l_n)\,K$$

Por medio de las (**2**) (**3**) y (**4**) se obtienen también fácilmente las siguientes relaciones que determinan por completo el contrapeso:

$$(\mathbf{6})\ \beta = \frac{18}{8}\cdot\frac{l_0\,\pi}{l_0 - l_n} \qquad (\mathbf{7})\ \alpha = \frac{18}{8}\cdot\frac{l_n\,\pi}{l_0 - l_n} \qquad (\mathbf{8})\ r = \frac{(l_0 - l_n)^2}{(l_0 + l_n)} \times \left(\frac{8}{18\,\pi}\right)^2$$

**108. Cálculo del descenso del contrapeso y modo de tenerlo en cuenta en el de los elementos del presente.** —Recordando lo que dijimos sobre el movimiento del contrapeso, dedúcese que su descenso en un momento cualquiera es igual á lo que se han desarrollado las cadenas $A\,D$ del borde de los sectores á ellas correspondientes, ó, lo que es lo mismo, á la longitud del trozo de curva comprendido entre los radios de curvatura correspondientes á la posición inicial y á la que se considere: la longitud de un elemento diferencial de aquella es:

$$d\,s = r\,(\beta - \varphi)\,d\,\varphi\,,$$

é integrando entre los límites $0$ y $\varphi$

$$s = \frac{r}{2}\,(2\,\beta\,\varphi - \varphi)^2\,,$$

que nos dá el descenso en una posición del contrapeso definida por un ángulo de rotación $\varphi$, de modo que para obtener el descenso total bastará poner en vez de $\varphi$ su valor límite: llamando pues $\Delta$ á aquel, tendremos

$$\textbf{(9)} \quad \Delta = \frac{r}{2}\left(2\,\beta \times \frac{18}{8}\,\pi - \left(\frac{18}{8}\,\pi\right)^2\right]$$

y poniendo en vez de $\beta$ y $r$ sus valores **(6)** y **(8)**

$$\Delta = \frac{l_0 - l_n}{2} \quad (1)$$

---

(1) En el caso particular de existir una polea de cambio en la vertical del eje de giro, el descenso máximo guarda con la longitud del tablero una relación curiosa; observemos, en efecto, que se tiene entonces:

$$\Delta = \frac{l_0 - l_n}{2}\,, \qquad l_0^2 = A + (A + l_n)^2;$$

siendo $A$ la longitud del tablero; de estas ecuaciones se deduce:

$$l_0 = \frac{2\,\Delta\,A - 2\,\Delta^2 - A^2}{A - 2\,\Delta}\,, \qquad l_n = \frac{2\,\Delta^2 - A^2}{A - 2\,\Delta}$$

Examinando la fórmula (9) se observa que para $\delta = A$, $Q = o$, pero debiendo serlo entonces también $l_0 + l_n$ (véase la fórmula 5) resultaría $r = \infty$.

**109. Curva descrita por el centro de gravedad del contrapeso.**—Para determinar esta curva, cuyo conocimiento puede ser útil, bastará observar que tomando por ejes de la $x$ y de las $y$ la horizontal y la vertical que pasan por el centro de gravedad del contrapeso en su posición inicial, la ordenada será, en un momento cualquiera, el descenso, y la abscisa la variación correspondiente del radio de curvatura: tendremos, pues,

$$x = r\,\omega$$

$$y = \frac{r}{2}(2\beta\varphi - \varphi^2),$$

---

cuyos valores sustituidos en el de $Q$ (5) nos dan

$$(10) \qquad Q = K \,.\, 2A\left(\frac{\Delta - A}{A - 2\Delta}\right)$$

El valor (10) tiene que ser positivo, lo que exigirá que el numerador y el denominador de la fracción sean del mismo signo: no pueden ser ambos positivos porque para ello es necesario que

$$\frac{A}{2} > \Delta > A$$

condiciones evidentemente incompatibles; han de ser por lo tanto, negativos, lo cual exige que

$$\frac{A}{2} < \Delta < A$$

valores entre los que debe hallarse comprendido el del descenso asignado para que el establecimiento del puente sea posible con un contrapeso de espirales iguales: el valor de $Q$ puede ponerse entonces bajo la forma

$$Q = K\,2A\,\frac{-(A - \Delta)}{-(2\Delta - A)},$$

de donde se deduce que el peso del contrapeso será tanto menor cuanto mayor sea el descenso y recíprocamente.

y eliminando $\varphi$ entre estas dos relaciones, se obtendrá la ecuación

$$(11) \qquad y = \beta x - \frac{x^2}{2r},$$

que representa una parábola de eje vertical, cuyo vértice tiene por coordenadas

$$x = \beta r$$

$$y = \frac{\beta^2 r}{2}.$$

De esta parábola sólo se utiliza la parte comprendida entre el origen y el punto que tiene por ordenada el descenso total.

**110. Influencia del peso de las cadenas.**— Se notará que en cuanto hemos explicado se ha prescindido del peso de las cadenas que se han de arrollar sobre las espirales y hasta del de las exteriores, apartándonos así de la marcha que hasta aquí hemos seguido: débese esto á que entre el peso de todas estas cadenas se ejerce una compensación que hace sea constante su influencia, resultando, por tanto, preferible hacer abstracción de él y modificar luego el resultado teórico para tener en cuenta la existencia de ese error constante.

Un primer examen de la acción de estas diversas cadenas nos hace comprender que las que ejercen esfuerzos modificadores de la potencia, son las siguientes:

1.° Porción de cadena que se arrolla en la espiral *C D' M'*: esta porción aumenta progresivamente desde el principio del movimiento hasta el final; pero al mismo tiempo el centro de gravedad de ella se aleja horizontalmente de la cadena *B C*, de donde resulta que el esfuerzo que origina es poco considerable, no pasando en general de 3 á 4 kilógramos para cadenas del peso exigido por la resistencia.

2.° Doble cadena de las espirales exteriores: la longitud arrollada disminuye desde la posición inicial á la final, á la vez que su centro de gravedad se aleja de *B C*: la tensión que produce es, pues, máxima en la primera posición y mínima en la segunda.

3.° Cadenas de suspensión del tablero desde su punto de amarre al mismo, hasta el $C$ de contacto con la evolvente interior: en el principio del movimiento favorece á la resistencia, y al final del mismo á la potencia.

Estas dos últimas cadenas son las que ejercen más marcada influencia en la tensión teórica, y por el modo de obrar se concibe desde luego que puedan compensarse sus efectos: el de la tercera puede calcularse con exactitud suficiente por medio de las fórmulas ó de la construcción gráfica que hemos dado á conocer y por el conocimiento de la longitud $B\ C$, fácil de deducir, como veremos; en cuanto á la influencia de las arrolladas en la doble evolvente, tendremos ocasión de ver más adelante su expresión analítica. Pero puede recurrirse á un procedimiento gráfico bastante sencillo y exacto para las aplicaciones: para ello se dibujará en una escala suficientemente grande (1) la evolvente y se dividirá en un número de partes igual al de posiciones del tablero para el que se quiere examinar el efecto del peso de las cadenas (14 ó 15 es suficiente) por medio de ángulos en el centro iguales; se marcarán sobre el dibujo los centros de gravedad de estas porciones, midiendo también su longitud, con lo cual y el peso por unidad lineal de la cadena se tendrán datos suficientes para calcular la variación producida en la tensión de las cadenas exteriores por el peso de las que nos ocupan. Del mismo modo se podrá calcular el efecto de la cadena que se arrolla en la evolvente $C\ D'\ M'$, y el dibujo que para ello se haga permitirá obtener los valores de $B\ C$, á que antes hicimos referencia.

Para fijar las ideas en cuanto vá á seguir, expondremos los resultados obtenidos por Mr. Devèze para un puente de dimensiones ordinarias, si bien en ellos no se ha tenido en cuenta más que el peso de las cadenas exteriores prescindiendo de su flexibilidad; es decir, que se ha tomado como aumento de tensión el peso de la proyección de aquéllas sobre la vertical.

Estos resultados van consignados en el siguiente cuadro.

---

(1) El coronel Devèze recomienda la de $\frac{1}{5}$ como dando bastante exactitud, sin que el dibujo resulte de dimensiones exageradas.

| CANTIDADES CUYO VALOR SE DÁ. | POSICIONES DE EQUILIBRIO | | | | | | | | | | | | | | | | Media de los valores extremos. . . | Error. . . |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* | *10* | *11* | *12* | *13* | *14* | *15* | *16* | | |
| Tensión dada por la cadena que se arrolla suponiéndola 6 kilógramos por metro.. | 0,00 | 0,00 | 0,18 | 0,54 | 1,02 | 1,44 | 2,04 | 2,52 | 3,00 | 3,42 | 3,66 | 3,84 | 3,78 | 3,66 | 3,30 | 3,06 | | |
| Tensión dada por la cadena de suspensión suponiéndola 6 kilóg. por metro..... | —18 | -13,02 | —8,40 | -4,08 | +0,06 | 3,78 | 7,32 | 10,44 | 13,26 | 15,90 | 18,18 | 19,50 | 21,90 | 23,28 | 24,24 | 24,78 | | |
| Tensión dada por la doble cadena suponiéndola 6 kilógramos por metro..... | 35,16 | 29,04 | 23,64 | 18,84 | 14,64 | 11,04 | 7,92 | 5,40 | 3,36 | 1,92 | 0,96 | 0,36 | 0,06 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | |
| *Resultante*..... | 17,16 | 16,02 | 15,42 | 15,30 | 15,60 | 16,26 | 17,28 | 18,36 | 19,62 | 21,34 | 22,80 | 23,64 | 25,74 | 26,94 | 27,54 | 27,84 | 21,57 | 6,27 |
| Tensión dada por la doble cadena suponiéndola 7,75 kilógramos por metro.. | 45,42 | 37,51 | 30,54 | 24,34 | 18,92 | 14,26 | 10,23 | 6,98 | 4,34 | 2,48 | 1,24 | 0,47 | 0,08 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | |
| *Resultante*..... | 27,42 | 24,49 | 22,32 | 20,80 | 20,00 | 19,48 | 19,59 | 19,94 | 20,60 | 21,80 | 23,08 | 23,81 | 25,76 | 26,94 | 27,54 | 27,84 | 23,92 | 3,92 |
| Tensión dada por la cadena que se arrolla suponiéndola de 10 kilóg por metro.. | 0,00 | 0,00 | 0,30 | 0,90 | 1,70 | 2,40 | 3,40 | 4,20 | 5,00 | 5,70 | 6,10 | 6,30 | 6,30 | 6,10 | 5,50 | 5,10 | | |
| Tensión dada por la cadena de suspensión suponiéndola de 6 kilóg. por metro y en los 2,27 m. de la extremidad interior de 10 kilógramos.. .. | -10,00 | —3,94 | +0,68 | 4,60 | 8,30 | 11,78 | 14,84 | 17,40 | 19,70 | 21,46 | 22,94 | 23,94 | 24,74 | 24,96 | 24,84 | 24,78 | | |
| Tensión dada por la doble cadena suponiéndola de 6 kilógramos por metro.. | 35,16 | 29,04 | 23,64 | 18,84 | 14,64 | 11,04 | 7,92 | 5,40 | 3,36 | 1,92 | 0,96 | 0,36 | 0,06 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | |
| *Resultante*..... | 25,16 | 25,10 | 24,62 | 24,34 | 24,64 | 25,22 | 26,16 | 27,00 | 28,06 | 29,18 | 30,00 | 30,60 | 31,10 | 31,06 | 30,34 | 29,88 | 27,72 | 3,38 |

Examinando este cuadro se vé, desde luego, que para un peso de 6 kilógramos por metro en todas las cadenas, la resultante de las tensiones que sus pesos origina varía de 15,30 kilógramos á 27,84: si se toma, pues, la semisuma 21,57 kilógramos y se disminuye la tensión que el contrapeso origina en esta cantidad, la diferencia máxima entre la tensión real y la teórica queda reducida á 6,37 kilógramos, que es el esfuerzo que, á parte de los rozamientos, habrá que ejercer para bajar el puente.

Pero puede disminuirse aún esta diferencia, con ser tan pequeña, modificando convenientemente el peso de las cadenas: al efecto, observaremos que, si se aumenta el peso de la doble cadena, la resultante al principio del movimiento se aproximará más á la resultante al final: en el cuadro se vé que dando á aquélla 7,75 kilógramos por metro, la resultante varía de 20 á 27,84, y corrigiendo el contrapeso de modo que origine una tensión menor que la teórica en la media aritmética de dichos valores, el máximo esfuerzo que haya que ejecutar será de 3,92 kilógramos.

De otro modo puede disminuirse el primer valor obtenido para el error: basta ver que la igualdad de los efectos inicial y final puede conseguirse también, sin aumentar el peso de la doble cadena, disminuyendo el esfuerzo negativo ocasionado por la de suspensión del tablero, lo que se logrará dando á la cadena que se arrolla sobre la evolvente $C\,D\,D'$ un peso superior al de los demás: su peso ejerce, en general, por las circunstancias ya dichas, poca influencia en el valor de la resultante cuando está arrollada; pero al principio del movimiento, cuando está sin arrollarse y cuelga verticalmente disminuye el esfuerzo negativo ejercido por toda la cadena de suspensión del tablero: así se vé en el cuadro que dándole 10 kilógramos por metro, la resultante varía de 24,34 kilógramos á 31,10 kilógramos, y que el error queda reducido á 3,38 kilógramos.

Por lo demás, en un caso como el citado, no valdría la pena de realizar las variaciones del peso que hemos expuesto para las cadenas, dada la pequeñez del error suponiéndolas uniformes.

Mr. Devèze repitió los cálculos anteriores para diversas dimensiones del puente, y pudo cerciorarse de que, como es ló-

gico, se llegaba siempre á resultados análogos que permitían, por consiguiente, eliminar la influencia perjudicial del peso de las cadenas del mecanismo.

**111. Modo de corregir la influencia del peso de las cadenas.**—Réstanos solamente indicar ahora cómo puede conseguirse disminuir en una cantidad constante la acción del contrapeso. Si disminuyéramos su peso, el efecto producido sería variable, haciéndose más sensible la variación cuando el puente se halla horizontal y alcanzando un mínimo en la posicición vertical. Ahora bien, la condición de equilibrio en una posición cualquiera, definida por la longitud exterior $l$ de cadena y el ángulo $\varphi$ de giro del contrapeso, será

$$k\,l \times \delta = Q\,(r\,\beta - r\,\varphi)$$

Si la tensión $k\,l$ ha de venir disminuída en una cantidad constante $G$, para que la igualdad se conserve, convendrá disminuir en el 2.° miembro á $r\,\beta$ en una cantidad conveniente, con lo que, siendo $Q$ constante, también lo será su producto por la cantidad que se resta y podrá hacerse igual al valor constante $q$ multiplicado por $\delta$ que debe aparecer en el primer miembro: en difinitiva tendremos

$$(k\,l - q)\,\delta = Q\,(r\,\beta - x - r\,\varphi)$$

ó bien teniendo en cuenta la igualdad anterior

$$q\,.\,\delta = Q\,.\,x$$

de donde

$$x = \frac{q \times \delta}{Q}$$

es claro, que siendo igual á $\delta\ r\,\alpha + r\,\beta$ el valor de $r\,\alpha$ quedará aumentado en tanto cuanto ha debido disminuirse $r\,\beta$. Se ve, pues, que en resúmen, toda la corrección necesaria para tener en cuenta el peso de las cadenas estriba en colocar el punto $A$

más bajo de lo que corresponde teóricamente, hasta conseguir que el valor $E\,D$ quede disminuido y el $C\,E$ aumentado en la cantidad que acabamos de obtener.

**112. Influencia de un error en la posición del centro de gravedad.—Medios de remediarla.**—La teoría que antecede la hemos desarrollado en la hipótesis de una exacta coincidencia del centro de gravedad del contrapeso con el de la circunferencia evoluta: de esta coincidencia depende el buen resultado del sistema, pues un error muy pequeño puede producir diferencias grandes en el equilibrio.

Supongamos, por ejemplo, que se tiene un puente cuyos dos contrapesos reunidos tengan un valor teórico de 3.100 kilógramos, como en el establecido por Mr. Devèze en la puerta Randon: estableciendo este puente se regula en una posición extrema ó próxima á ella de modo que esté en equilibrio; pues bien, supóngase que la proyección sobre una horizontal de la distancia del centro de gravedad al de la circunferencia es en dicha posición de 1 centímetro: para que en el centro de la circunferencia se ejerza el esfuerzo de 3.100 kilógramos que la teoría reclama, es preciso que el peso de los contrapesos se aumente en $3.100 \times \frac{0{,}01}{0{,}70} = 44{,}30$ kilógramos; pero haciendo este aumento al dar media vuelta el contrapeso el centro de gravedad habrá pasado al otro lado del de la circunferencia, y en tal caso el valor del contrapeso debería ser análogamente á lo antes dicho 3.100 kilógs. menos 44,30 kilógs., y como hemos aumentado el valor teórico en 44,30 kilógs., para conseguir el equilibrio en la primera posición, resulta que la diferencia de aquél alcanzará un valor de $2 \times 44{,}30 = 88{,}60$ kilógs.

Resulta, pues, que la maniobra Devèze exige medios precisos de rectificación y de comprobación, si se han de evitar errores como el indicado. En nuestro concepto no es imposible obtener la construcción de las evolventes de modo que el centro de gravedad coincida matemáticamente con el de la evoluta, pero esto exige una mano de obra cuidadosísima y hace delicado el aparato por la influencia que tiene cualquier alteración que con el

tiempo pudiera sobrevenir en la posición de aquél, aun siendo tan pequeña como la que hemos considerado.

Para comprender los diversos medios propuestos á fin de corregir un error como el que acaba de ocuparnos, necesitamos exponer los detalles de organización del contrapeso. Lo forman, como ya hemos dicho, las tres evolventes que se hacen de fundición, disponiendo las *M D* á uno y otro lado de la *M' D' C*; pero no se establece contacto inmediato entre ellas, sino que unas de otras se hallan separadas por discos *C C* (fig. 115) que tienen también la misión de coadyuvar al valor total del contrapeso, otros discos más delgados *a a* resguardan el conjunto ó impiden que las dobles cadenas salgan de sus gargantas en caso de una sacudida violenta; tres pernos situados en línea recta, del modo que puede verse en la figura, atraviesan y unen todas estas partes; llevan tuercas en ambas extremidades, á fin de poder ajustar ó retocar las piezas de un lado de la espiral central, sin necesidad de desmontar por completo el sistema: el perno central sirve también para enganchar los últimos eslabones de las cadenas.

El método propuesto por Devéze para llevar el centro de gravedad á coincidir con el de la evoluta, consiste (fig. 116) en ahuecar los discos *c c* en una mitad de su área, por ejemplo, y después haciéndolos girar al rededor de su centro se conseguirá acercar ó alejar el centro de gravedad total al lado que se quiera; pero este método es poco preciso, y parece difícil conseguir con él una coincidencia tan exacta como es necesaria.

Los oficiales del cuerpo de Ingenieros italianos Cossentino y Gabba proponen el establecimiento de un peso móvil á lo largo del eje de simetría del conjunto de las dos espirales, teniendo además cuidado de que las dos laterales pesen exactamente lo mismo que la central.

Finalmente, el capitán Mr. Percin propuso para el sistema de rectificación, que luego describiremos, colocar cinco clavijas (fig. 117) en cruz en los discos exteriores y perpendicularmente á su plano en las que se pudieran enfilar trozos de hierro provistos de un orificio central.

La verdadera dificultad no reside en proporcionarse medio

de corregir la posición del centro de gravedad, pues las disposiciones indicadas, ú otras no difíciles de imaginar, pueden llevar al resultado apetecido, pero esta operación, si hubiera de hacerse estando el contrapeso separado del puente, no sólo complicaría las operaciones necesarias para el establecimiento del sistema, sino que obligaría, cada vez que hubiera que hacer una corrección, á desmontar el citado contrapeso, operación incómoda y que dificultaría las reparaciones; por otra parte, si se quiere corregir el sistema estando el puente establecido, como los defectos de equilibrio pueden provenir no sólo de errores en la posición del centro de gravedad, sino también en el valor del contrapeso, es difícil separar unos errores de otros en la disposición explicada. Se podría modificar por puntos la forma de las espirales comprobando el equilibrio en un número suficiente de posiciones y limitándose á variar únicamente las exteriores ó la interior: en el primer caso convendría operar á partir de la posición vertical del tablero, y en el segundo á partir de la horizontal; una cinta metálica flexible sujeta en el origen de las curvas y con cuñas de dimensiones variables interpuestas, serviría para obtener la forma deseada de un modo semejante á lo que dijimos en el puente Derché; pero por la circunstancia de ser las mismas espirales las que constituyen el contrapeso, lo que hace que una variación en ellas influya, no sólo en la magnitud del brazo de palanca de la potencia, sino también en su valor, este método podría obligar á tanteos y aún ser imposible á poco que el error en la posición del centro de gravedad fuera algo considerable.

**113. Método de cálculo que permite una rectificación fácil.**—En nuestro concepto, podría rectificarse el puente puesto en obra por medio de una sencilla variación en la disposición de las evolventes: bastará, en efecto, determinadas con la condición de que al estar el puente horizontal $r\,\alpha$ sea igual á $o$, lo que trae consigo $Q = K\,l$ y $\delta = r\,\beta$, de donde $\beta = \frac{\delta}{r}$: claro es que entonces no podrá ser el contrapeso simétrico, ya que esto exigiría que fuera nula la tensión de las cadenas exteriores

cuando el puente está levantado; pero este inconveniente no nos parece de tal naturaleza que sea preferible evitarlo, renunciando á las ventajas que luego indicaremos.

Hecho el cálculo teórico de todos los elementos de las evolventes, fácil de deducir de el que más en general hemos presentado, se construyen éstas, corrigiendo después cuidadosamente el trazado de su contorno, cosa fácil de realizar con exactitud completa; asímismo se fijará la atención en que al establecer la posición relativa de unas evolventes con respecto á otras, sus orígenes formen el ángulo $A\,O\,B$ (fig. 118) fácil de deducir teóricamente del conocimiento del ángulo $\beta$ correspondiente al radio de curvatura máximo $A\,C$ de la doble evolvente; de este modo, como al establecer el contrapeso no cabe cometer error ninguno en cuanto á su posición con respecto á las cadenas, por cuanto el radio de curvatura de la interior ha de ser *o* en la posición horizontal del tablero, es decir, que ha de quedar en la disposición de la figura, podemos prescindir de considerar como causa de error una variación en las distancias del centro de la evolvente á las cadenas dobles y á la de suspensión.

Los discos exteriores que recubren el conjunto de las evolventes se proveerán de cinco clavijas en cruz, (fig. 117) como se ha indicado en la disposición del capitán Percin; enganchadas ya en el contrapeso sus cadenas, se colocará el tablero en la posición horizontal y por medio de trozos de hierro cambiados entre las clavijas 2 y 4, ó añadidos en ellas, se conseguirá que la vertical del punto $A$ pase exactamente por el centro $O$ de la circunferencia evoluta, y girando convenientemente los discos exteriores se hará también que coincida rigorosamente con dicha vertical la linea 1-5-3: de este modo se tiene también la seguridad de que el centro de gravedad del contrapeso situado en la prolongación de la cadena que se engancha en $A$, aunque se halle excéntrico, no influirá por su posición en cualquier defecto de equilibrio que se notare y, como este tampoco puede ser atribuido á error en la magnitud de los radios de curvatura de las evolventes, el menor de los cuales es $O$ como la teoría reclama, dicho desequilibrio se corregirá variando el valor de $Q$, es decir, añadiendo ó quitando trozos de hierro sobre las clavijas 5, ó so-

bre las 1 y 3, pero preferentemente sobre aquélla, á fin de no aumentar la excentricidad del centro de gravedad: los trozos de hierro de las clavijas 2 y 4 no deben tocarse en modo alguno.

A continuación se elevará el tablero hasta que la línea de clavijas 2-5-4 quede vertical, lo que se conseguirá cuando haya girado $\frac{\pi}{2}$ ó $\frac{3\pi}{2}$, en cuya posición la influencia de una excentricidad del centro de gravedad será un máximo, y como el valor del contrapeso se halla ya determinado, la diferencia de equilibrio que se note deberá corregirse cambiando trozos de hierro entre las clavijas 1 y 3, hasta que se consiga mover el puente sin gran esfuerzo, con lo cual se tendrá ya la seguridad del equilibrio en una posición cualquiera, pues se ha corregido el valor del contrapeso y la posición del centro de gravedad.

Dos circunstancias pueden presentarse durante estas operaciones que requieren examen especial: puede ser necesario aligerar el contrapeso cuando esté reducido á sus elementos esenciales, en cuyo caso no queda otra solución que aumentar el peso del tablero; también puede ocurrir tener que pasar trozos de hierro de la clavija 1 á la 3, por ejemplo, no habiendo ninguno en la primera: se quitan entonces un mismo número de trozos de hierro de 2 y 4 que se llevan á 1 y 3, ó se reparten también por igual entre ellas las colocadas en la 5.

Este procedimiento de rectificación, es, como se vé, sencillo y rápido, y no encontramos razón para que en la práctica no resulte suficientemente exacto (1).

**114. Métodos de cálculo y rectificación del capitán Percin.—Idea general de las mismas.**—Se ha visto en lo que antecede cuán perjudicial puede ser para el equilibrio la falta de coincidencia entre el centro de gravedad del contrapeso y

(1) Debemos hacer la salvedad de que no pudiendo presentar ningún dato de experiencia en pro de la modificación del puente que acabamos de indicar, ni del método que para rectificarlo hemos expuesto, creemos que antes de adoptarlo como bueno, convendría hacer experiencias sobre un modelo en escala no muy pequeña que confirmaran los resultados á que conduce la teoría.

el de la circunferencia evoluta; pero si estudiamos con detenimiento la influencia de esta excentricidad descubriremos cómo puede utilizarse el efecto producido por ella para realizar el equilibrio de un puente del sistema Devèze en condiciones de sencillez no superadas hasta ahora por ningún otro sistema.

Para formarnos idea más clara del mecanismo, recurriremos á una imagen geométrica observando que, en las condiciones que en el caso anterior hemos supuesto, si tomamos como abscisas las longitudes de cadenas que pasan por las poleas á partir de la posición inicial, y por ordenadas los valores de la tensión producida por el peso del tablero, la línea que así resulta es una recta; si el centro de gravedad del contrapeso y el de la circunferencia evoluta coinciden, una construcción análoga á la anterior nos daría para línea representante de la acción de aquél, ó sea de la potencia, otra recta cuya coincidencia con la anterior nos asegura el equilibrio en cualquiera posición del sistema. Si designamos por $t_p$ la tensión producida por el contrapeso, la ecuación de esta segunda recta será, observando (fig. 114) que la distancia $D\ O$ á las cadenas $A\ D$ es $r\ (\beta - \varphi)$

$$\textbf{(12)} \qquad t_p = \frac{Q}{\delta} r\,(\beta - \varphi)$$

después de poner por $\varphi$ su valor en función de la longitud de cadena que ha pasado por las poleas, á la que llamaremos $l_d$ este valor es fácil de obtener, pues según hemos visto

$$d\,l' = \delta \times d\,\varphi,$$

é integrando y teniendo en cuenta para determinar la constante que $l' = l'_0$ cuando $\varphi = O$:

$$l' - l'_0 = l_0 - l = \delta \times \varphi$$

y como $l' - l'_0$ es evidentemente $l_d$ ,

$$\textbf{(13)} \qquad l_d = \delta \times \varphi,$$

con lo que la ecuación **(12)** se convertirá en

$$t_p = \frac{Q\,r\,\beta}{\delta} - \frac{Q\,r}{\delta^2} \times l_d\,.$$

Si el centro de gravedad y el de la evoluta no coinciden, habrá que poner en la fórmula (**12**) en vez de $r(\beta - \varphi)$, $r(\beta - \varphi) \pm \Delta$, siendo $\Delta$ la proyección horizontal de la excentricidad $O\,G$ (figugura 119), de modo que el valor de $t_p$ en un momento cualquiera vendrá aumentado ó disminuido en $\frac{Q}{\delta}\,\Delta$

Pero observemos que el valor $\Delta$ es invariable con la posición del contrapeso, pasando por $o$ cada vez que $G$ se encuentre sobre la vertical de $O$, es decir, á cada semi-revolución del mismo á partir de la primera posición en que esto tenga lugar; $\delta$ crece progresivamente desde un valor $o$ hasta alcanzar el máximo cuando $O\,G$ es horizontal, decreciendo después hasta hacerse nuevamente $o$, desde cuyo momento se repiten los mismos valores, pero pasando $G$ al otro lado de la vertical: en su consecuencia, la línea que representa la acción del contrapeso habrá dejado de ser una recta para convertirse en una curva senusoidal que cortará aquélla en puntos cuyas abscisas diferirán en $\pi\,\delta$ (fig. 120).

De la posición y forma de esta curva podemos disponer hasta cierto punto; pues aumentando ó disminuyendo $\Delta$, haremos más ó menos pronunciada una ondulación, y aunque la longitud de cada una de ellas en sentido del eje de las $x$ sea invariablemente $\pi\,\delta$, somos dueños de llevar los puntos de intersección con la recta $A\,B$ á una posición determinada, haciendo que el centro de gravedad pase por la vertical de $O$ en el momento de la maniobra que nos convenga. Ahora bien, para posiciones cualquiera de la polea superior y del punto de amarre de las cadenas al tablero, sin determinar la ecuación de la curva que representa la acción del peso de éste y de las diversas cadenas que forman parte del sistema, ecuación que resultaría complicadísima, si no construyéndola por puntos en varios casos particulares, se ha reconocido que afecta la forma de una sinusoide, á la que puede aproximarse mucho la que representa la potencia ó sea la acción del contrapeso, cuando el centro de gravedad está excéntrico, siem-

pre que se determine de un modo conveniente la profundidad de las ondulaciones y su colocación en diversos momentos de la maniobra: tal es el fundamento del método de cálculo propuesto por el capitán Percín, en el cual, como se deduce de lo ya dicho, no se exige la proporcionalidad entre la longitud de la cadena exterior y su tensión, eliminando así toda sujeción en cuanto á la disposicion de su punto de amarre ó colocación de polea en la vertical del eje de giro. La coincidencia aproximada de las curvas se logra asegurando el equilibrio exacto en cinco posiciones del tablero, correspondientes á otras tantas del contrapeso separadas por giros de 90°, cuyas posiciones de equilibrio corresponderían á puntos de intersección de las sinusoides que podemos llamar de la potencia y de la resistencia: los valores máximos de las diferencias de ordenadas de los demás puntos de las curvas, ó sean de las diferencias de equilibrio, sólo alcanzan en estas condiciones á muy pocos kilógramos, reduciéndose á la mitad, por la existencia de ruedas de maniobra, los esfuerzos que estas diferencias obligan á desarrollar á los encargados de ejecutarla.

Los resultados del cálculo pueden comprobarse en la práctica por medio de rectificación: esta rectificación se hace sólo para cuatro posiciones, pues la intermedia está calculada de modo tal que el equilibrio queda asegurado exactamente en ella cuando lo esté en las otras cuatro.

Para la brevedad designaremos estas posiciones por I, II, III, IV, V, siendo la I la correspondiente al tablero próximo á la vertical, y la V la de la posición próximamente horizontal: de I á V el contrapeso girará 360°.

**115. Cálculo de la potencia y la resistencia.**—Como preliminar del cálculo del mecanismo expondremos las fórmulas analíticas que han de darnos la influencia respectiva de los diversos elementos del sistema.

Llamando $\omega$ los ángulos tales como el $BOA$, siendo $CD$ la cadena doble (fig. 119), $\mu$ el ángulo que $OG$ forma con $OB$ y $e$ la excentricidad $OG$, se concibe sin dificultad ninguna que el valor de $t_p$ toma en un momento cualquiera la forma

$$(14) \qquad t_p = \frac{Q}{\delta}\left[\omega r - e \operatorname{sen}(\omega - \mu)\right].$$

El valor de la resistencia, llamando así la suma de todas las acciones distintas de la que acabamos de considerar, comprende varios sumandos: el primero es la tensión $t$ producida por el peso del tablero, que puede determinarse por la fórmula ya vista (**49**), ó bien por la sencilla construcción gráfica, en otro lugar indicada, de descomponer la componente de aquél, aplicada en el punto de enganche de las cadenas exteriores en sentido de ellas y de la línea que une el eje y el punto de enganche: la primera componente dará la tensión buscada. También por la fórmula (**5**), párrafo **51**. se puede apreciar la influencia del peso y flexibilidad de las cadenas exteriores, ó, si se quiere, recurrir á la construcción gráfica del párrafo **52**, obteniéndose por uno y otro medio la longitud $A$ de cadena, cuyo peso total, suponiéndola homogénea y de un peso por unidad lineal igual al $p$ de las cadenas exteriores, representa el aumento que las circunstancias mencionadas producen en la tensión $t$ de las mismas.

Siendo $A$ (fig. 2) el punto de contacto de las cadenas de suspensión con la polea, el peso de la que queda arrollada por encima de la horizontal $A\,B$ no ejerce acción ninguna; para apreciar la influencia del de la parte $B\,C\,D\,O$, designemos por $S$ la porción $C\,D\,O$ arrollada sobre la evolvente, y siguiendo $x$ la distancia de su centro de gravedad á la vertical $C\,B$, su componente según esta misma será:

$$\frac{p\,S\,(\delta - x)}{\delta} = p\,S - \frac{p\,S\,x}{\delta},$$

de consiguiente, podemos decir que la influencia de cadena $C\,D\,O$ es menor que el peso $p\,S$ de dicha longitud si estuviera sin arrollar, pudiéndose considerar la diferencia como el peso de una longitud $\lambda' = \frac{p.f\,x}{\delta}$ de cadena. Ahora bien, si llamamos $L$ la longitud total de cada una de las de suspension descontando la porción superior á $A\,B, B\,C\,D\,O$ será igual á $L - l$, y teniendo

en cuenta lo anteriormente expuesto, su peso producirá en la tensión originada por el del tablero una disminución igual á

$$p\,(L - l) - p\,\lambda'$$

el valor de $\lambda'$ viene dado por la expresión

$$\textbf{(15)} \qquad \lambda' = \frac{r^2}{2\,\delta}\,(\omega'^3 - 4\,\omega' + 5\,\text{sen}\,\omega') \qquad (1)$$

siendo $\omega'$ el ángulo variable $D\,O\,M$.

La cadena doble $O\,N\,F$, arrollada sobre las evolventes, cuya longitud designaremos por $s$, por $y$, la distancia de su centro de gravedad á la vertical $H\,F$ y por $2\,p'$ su peso por unidad lineal, dá origen á una fuerza vertical según $B\,C$ igual á $\frac{2\,p' \times S \times y}{\delta}$, pudiéndose decir que disminuye la tensión originada por el peso del tablero en el de una cadena doble de longitud $\frac{S\,y}{\delta}$, cuya longitud, que designaremos por $\lambda$, es

---

(1) A fin de no apartar las ideas de la marcha general del cálculo de la resistencia, no detallamos en el texto la determinación de este valor de $\lambda'$ que ahora vamos á exponer. Observamos que el producto $S\,x$, en virtud de una conocida propiedad del centro de gravedad, debe ser igual á la suma de los productos de $O\,D$ y $D\,J\,C$ por las distancias á la vertical $B\,C$ de sus respectivos centros de gravedad: el sumando relativo á $O\,D$ será, según esto,

$$O\,D\,(C\,M - \frac{1}{2}O\,D \times \text{sen}\,\omega') = r^2\,(\omega' - \frac{1}{2}\,\text{sen}\,\omega'),$$

el sumando relativo al arco $C\,D$ debe ser la integral entre $o$ y $\mu'$ del producto de un arco elemental $J\,J'$ por su distancia á $B\,C$; pero

$$J\,J' = T\,J \times d\,\gamma = r\,\gamma\,.\,d\gamma,$$

su distancia, ó sea la de $J$ á $B\,C$, será

$$C\,M - [J\,T\cos(\omega' - \gamma) + O\,T\,\text{sen}(\omega' - \gamma)] = r\,\omega' - [r\,\gamma\cos(\omega' - \gamma) + r\,\text{sen}(\omega' - \gamma)],$$

la integral citada será en consecuencia,

$$\int_0^{\omega'} r^2\,\gamma\,d\,\gamma\,[\omega' - \text{sen}\,(\omega' - \gamma) - \gamma\cos(\omega' - \gamma)].$$

$$(16) \qquad \lambda = \frac{r^2}{2\,\delta}\,(\omega^3 - 4\,\omega + 5\,\operatorname{sen}\omega), \qquad (1)$$

siendo, como ya se ha dicho, $\omega$ los ángulos tales como el *N O M*, ligados á los $\omega'$ por la la relación

$$(\omega + \omega')\,r = \delta$$

que permite deducir uno de ellos conocido el otro.

En definitiva, si representamos por $t_r$ la tensión que en las cadenas de suspensión producen todos los elementos del sistema distintos del contrapeso, que es lo que hemos convenido en llamar resistencia, estableceros

$$t_r = t + p\,A - p\,(L - l) + p\,\lambda' - 2\,p'\,\lambda =$$

$$= t + p\,(\Lambda + l - L) + p\,\lambda' - 2\,p'\,\lambda.$$

**116. Determinación de los elementos del sistema.**— Se ha indicado en un principio que el fundamento del método de cálculo que exponemos, estriba en la determinación de las condiciones de equilibrio exacto en cinco posiciones del sistema

---

La integral definida es muy fácil de determinar, recurriendo en los dos últimos términos á la integración por partes, obteniéndose así

$$r^2\,[\omega'\,\frac{\gamma^2}{2} + \gamma^2\,\operatorname{sen}(\omega' - \gamma) - 2\,\gamma\,\cos(\omega' - \gamma) - 3\,\operatorname{sen}(\omega' - \gamma)],$$

y sustituyendo los límites *o* y $\omega'$, resultará la definida

$$r^2\left(\frac{\omega'^3}{2} - 3\,\omega' + 3\,\operatorname{sen}\omega'\right).$$

Con estos resultados podemos ya establecer

$$S\,x = r^2\left(\omega' - \frac{1}{2}\,\operatorname{sen}\omega'\right) + r^2\left(\frac{\omega'^3}{2} - 3\omega' + 3\,\operatorname{sen}\omega'\right) = \frac{r^2}{2}\left(\omega' - 4\omega' + 5\,\operatorname{sen}\omega\right)$$

y el valor $\lambda' = \frac{p\,S\,x}{\delta}$ que en el texto aparece.

(1) Este valor se obtendría de un modo idéntico al empleado para deducir $\lambda'$.

*I*, *II*, *III*, *IV* y *V*, muy próximas las *I* y *V* á las horizontal y vertical del tablero, equidistantes de las mismas y separadas las restantes entre sí y de aquellas por el intérvalo necesario para producir un giro de 90° en el contrapeso al pasar de una á otra: designemos por $t_{r1}$ $t_{r2}$ $t_{r3}$ $t_{r4}$ y $t_{r5}$ los valores de las resistencias en dichas cinco posiciones, y por $\omega_1$, $\omega_2$, $\omega_3$ $\omega_4$, y $\omega_5$ los ángulos tales como el *N O M* en cada una de ellas: se tendrán las cuatro relaciones:

$$\omega_1 = \omega_3 + \pi \quad , \qquad \omega_2 = \omega_3 + \frac{\pi}{2} \, ,$$
$$\omega_4 = \omega_3 - \frac{\pi}{2} \, , \qquad \omega_5 = \omega_3 - \pi \quad ,$$

cuyos valores sustituidos en la expresión (**14**) de $t_p$ é igualando los resultados que se obtengan á $t_{r1}$, $t_{r2}$, $t_{r3}$, $t_{r4}$, $t_{r5}$ nos dará

$$t_{r1}\,\delta = Q\,\omega_3\,r + Q\,\pi\,r + e\,Q\,\mathrm{sen}\,(\omega_3 - \mu)$$

$$t_{r2}\,\delta = Q\,\omega_3\,r + \frac{1}{2}\,Q\,\pi\,r - e\,Q\cos\,(\omega_3 - \mu)$$

$$t_{r4}\,\delta = Q\,\omega_3\,r - \frac{1}{2}\,Q\,\pi\,r + e\,Q\cos\,(\omega_3 - \mu)$$

$$t_{r5}\,\delta = Q\,\omega_3\,r - Q\,\pi\,r + e\,Q\,\mathrm{sen}\,(\omega_3 - \mu)$$

cuyas ecuaciones se pueden reemplazar por el sistema equivalente

$$\textbf{(17)} \quad \begin{cases} (t_{r2} + t_{r4})\,\delta = 2\,Q\,\omega_3\,r \\ (t_{r1} - t_{r5})\,\delta = 2\,Q\,\pi\,r \\ (t_{r1} + t_{r5})\,\delta = 2\,Q\,[(\omega_3\,r + 2\,e\,Q\,\mathrm{sen}\,(\omega_3 - \mu)] \\ (t_{r2} - t_{r4})\,\delta = Q\,\pi\,r - 2\,e\,Q\cos\,(\omega_3 - \mu) \end{cases}$$

Las dos primeras ecuaciones sirven para deducir los valores de $Q$ y $\omega_3$, fijando así el valor del contrapeso y su posición en un momento determinado; esto exige el conocimiento de $r$ que puede ser arbitrario, pero se introduce extraordinaria simplificación en los cálculos determinándolo con la condición de que el con-

trapeso sea simétrico, lo que además simplificará su ejecución material: después de todo lo dicho se comprende que esto equivale á hacer $\omega_3 r = \frac{\delta}{2}$, ó bien $r = \frac{\delta}{2\omega_3}$, siendo $\omega_3$, deducido como se ha dicho,

$$\omega_3 = \frac{t_{r2} + t_{r4}}{t_{r1} - t_{r5}}, \qquad (18)$$

con lo que se tendrá también

$$Q = t_{r2} + t_{r4} \qquad (19)$$

Las dos últimas ecuaciones **(17)** nos darán los valores de $e$ sen $(\omega_3 - \mu)$ y $e$ cos $(\omega_3 - \mu)$, que como distancias que son del centro de gravedad á la horizontal y vertical que pasan por el centro $O$ de la evolvente, nos fijarán su posición, quedando conocidos así todos los elementos del contrapeso á excepción de $\delta$ que entra también en las fórmulas anteriores

La determinación de $\delta$ se hace gráficamente con exactitud bastante para nuestro objeto: al efecto, sobre un dibujo en escala de las líneas principales del puente se miden los valores extremos de la longitud $l$ de cadena exterior, y tomando su media aritmética se obtendrá el $l_3$ que corresponde á la posición *III* del contrapeso; se toman $l_1$ y $l_5$ bastante próximos á los valores extremos, como ya se ha dicho y recordando que aquel pasa de la posición *I* á la *V* por un giro de 360° se establece, teniendo presente la fórmula **(13)**,

$$\delta = \frac{l_1 - l_5}{2\pi}. \qquad (20)$$

Al indicar el método de rectificación hemos hecho presente que sólo se verificaba el equilibrio en las posiciones *I*, *II*, *IV* y *V*, estando las cosas dispuestas de tal modo que la posición *III* era también de equilibrio exacto por el solo hecho de serlo aquéllas: establezcamos la condición de equilibrio en la posición *III*:

$$t_{r3} = \frac{Q}{\delta} (\omega_3 r - e \text{ sen } (\omega_3 - \mu)$$

y reemplazando $\delta$, $Q\,\omega_z\,r$ y $e\,(Q \operatorname{sen}(\omega_z - \mu)$ por sus valores

$$t_{r3} = t_{r2} + t_{r4} - \frac{t_{r1} + t_{r5}}{2}$$

ó bien

$$t_{r1} - 2\,t_{r2} - 2\,t_{r4} + t_{r5} = 0$$

Esta condición, cuyos elementos todos son determinados y correspondientes á las otras cuatro posiciones, se satisfará, según veremos, disponiendo convenientemente del peso $p'$ de las cadenas dobles, cantidad que entra en los valores de $t_r$

**117. Determinación de los valores de** $t_r$.—Con lo calculado conocemos ya todos los elementos del sistema que vienen dados en función de los diversos valores de $t_r$; pero al tratar de determinar éstos, para introducirlos en los cálculos, se presenta una dificultad: sabemos, en efecto, que el valor de $t_r$ viene dado por la fórmula:

$$t_r = t + p\,(\Lambda + l - L) + p\,\lambda' - 2\,p'\,\lambda$$

en la cual los valores de $\lambda'$ y $\lambda$ son los **(15)** y **(16)** que están en función de $\omega$ y $\omega'$, de modo que al tratar de calcular $t_{r1}$ $t_{r2}$ etc., nos encontramos con la necesidad de conocer $\omega_z$, el cual, según la fórmula **(18)**, supone conocidos diversos valores de $t_r$. Esto obliga á proceder por aproximaciones sucesivas, partiendo para ello de valores de $t_r$ en que se prescinde de los términos $p\,\lambda'$ y $2\,p'\,\lambda$: los valores de $l$ los dá el dibujo que sirvió para determinar $d$, y en el mismo se puede medir L y los de $\Lambda$, por el procedimiento ya indicado, en las cuatro posiciones correspondientes á los valores $L_1, l_2, l_4$ y $l_5$: estas operaciones gráficas pueden realizarse á la vez que las necesarias para determinar $d$, aun cuando para el mayor orden en la exposición no las hayamos citado hasta aquí.

Obtenidos así los diversos elementos del sistema, se utilizan para repetir los cálculos sin despreciar ya los términos que antes no se han tenido en cuenta: los resultados que así se alcan-

cen se vuelven á utilizar del mismo modo, y así se continúa hasta que la diferencia entre dos operaciones consecutivas sea insignificante, lo cual se consigue á la segunda ó tercera operación á lo sumo.

El cálculo de los diversos valores de $t_r$ sería muy penoso si hubiera de determinarse los valores de $\lambda$ y $\lambda'$ que son funciones bastante complicadas de $\omega$; pero como aquéllos entran en los cálculos por sus sumas ó diferencias, y como á causa de la simetría de los contrapesos:

$$\omega'_1 = \omega_2\,, \quad \omega'_2 = \omega_4\,; \quad \omega'_3 = \omega_5 \ldots\ldots$$

se tendrá también:

$$\lambda'_1 = \lambda_5\,, \quad \lambda'_2 = \lambda_4\,, \quad \lambda'_3 = \lambda_3 \ldots\ldots$$

y dicha determinación se hará fácilmente por medio de las fórmulas que á continuación exponemos, en las que para mayor sencillez se han representado las sumas $\Lambda + l - L$ por $\Lambda'$: la quinta fórmula sirve para determinar $p'$, asignando antes el valor de $p$:

$$(21)\quad \begin{cases} t_{r1} - t_{r5} = t_1 - t_5 + p\,(\Lambda'_1 - \Lambda'_5) - (2\,p' + p)\,(\lambda_1 - \lambda_5) \\ t_{r2} + t_{r4} = t_2 + t_4 + p\,(\Lambda'_2 + \Lambda'_4) - (2\,p' + p)\,(\lambda_2 + \lambda_4) \\ t_{r1} + t_{r5} = t_1 + t_5 + p\,(\Lambda'_1 + \Lambda'_5) - (2\,p' - p)\,(\lambda_1 + \lambda_5) \\ t_{r2} - t_{r4} = t_2 - t_4 + p\,(\Lambda'_2 - \Lambda'_4) - (2\,p' - p)\,(\lambda_2 - \lambda_4) \\ t_{r1} - 2\,t_{r2} + 2\,t_{r3} - 2\,t_{r4} + t_{r5} = t_1 - 2\,t_2 + 2\,t_3 - \\ - 2\,t_4 + t_5 + p\,(\Lambda'_1 - 2\,\Lambda'_2 + 2\,\Lambda'_3 - 2\,\Lambda'_4 + \Lambda'_5) - \\ - (2\,p' - p)\,(\lambda_1 - 2\,\lambda_2 - 2\,\lambda_3 - 2\,\lambda_4 + \lambda_5) = 0 \end{cases}$$

teniendo para las diferencias de los valores de $\lambda$ las expresiones siguientes, fáciles de deducir, y en las que se pasa del segundo al tercer término poniendo en vez de $r$ su valor y en vez de $\frac{\pi\,\delta}{2}$ su igual $l_1 - l_2$

$$(22)\quad \begin{cases} \lambda_1 - \lambda_5 = \dfrac{3}{4}\pi\delta + \pi(\pi^2 - 4)\dfrac{r^2}{\delta} = 1{,}5\,(l_1 - l_2) + 9{,}22\,\dfrac{r}{\omega^3} \\ \lambda_2 + \lambda_4 = \dfrac{1}{4}\,\omega_3\,\delta + \left(\dfrac{3}{4}\,\pi^2 - 4\right)\dfrac{r}{2} = \dfrac{1}{4}\,\omega_3\delta + 1{,}73\,r \\ \lambda_1 + \lambda_5 = \dfrac{1}{4}\,\omega_3\,\delta + (3\,\pi^2 - 4)\dfrac{r}{2} - 5\dfrac{r^2}{\delta}\,\text{sen}\,\omega_3 = \dfrac{1}{4}\omega_3\,\delta + 12{,}80\,r - \dfrac{2{,}5}{\omega_3}\,r\,\text{sen} \\ \lambda_2 + \lambda_4 = \dfrac{3}{8}\pi\,\delta + \left(\dfrac{\pi^3}{8} - 2\,\pi + 5\cos\omega_3\right)\dfrac{r^2}{\delta} = 0{,}75(l_1 - l_2) - \dfrac{2\,5}{\omega_3}\,r + 0{,}475\cos \\ \lambda_1 - 2\,\lambda_2 + 2\,\lambda_3 - 2\,\lambda_4 + \lambda_5 = \dfrac{3}{4}\,\pi^2\,r - 7{,}40\,r. \end{cases}$$

**118. Resumen.**—La serie de cálculos que hemos presentado, tienen á primera vista una complicación mayor de la que en realidad resulta al ser empleada: por esta razon consideramos conveniente hacer un resumen de las operaciones necesarias para calcular un puente de esta clase, á fin de desprender el materialismo de ellos de toda consideración que pueda complicarlos.

Se empezará por trazar un dibujo en escala, en el que se puedan medir los valores extremos de $l$; se tomarán muy próximos á ellos los de $l_1$ y $l_5$; su media aritmética será el valor de $l_3$ y las medias de $l_1$ y $l_3$, $l_3$ y $l_5$ serán los valores de $l_2$ y $l_4$: con estos datos se calculará inmediatamente $\delta = \dfrac{l_5 - l_1}{2\pi}$

A continuación se dibujan las cinco posiciones fundamentales del tablero, y gráficamente también se determinan los valores $t_1$, $t_2$, $t_3$, $t_4$ y $t_5$, como así mismo los de $\Lambda$ y L, lo que nos permite obtener inmediatamente $\Lambda'_1$, $\Lambda'_2$, $\Lambda'_3$, $\Lambda'_4$ y $\Lambda'_5$: con ayuda de las cuatro primeras fórmulas (**21**), despreciando su último término, se calculan $t_{r1} - t_{15}$, $t_{r2} + t_{r4}$, y con las fórmulas (**18**) y la $r = \dfrac{\delta}{2\,\omega_3}$ los valores de $\omega_3$ y radio de la circunferencia evoluta. Con el valor de $r$ así obtenido, se calcula, por medio de la quinta fórmula (**22**), el valor de $\lambda - 2\,\lambda_2 + 2\,\lambda_3 - 2\,\lambda_4 + \lambda_5$, que ha de sustituirse en el segundo miembro de la última de las (**21**), que igualado á cero, asignado el valor de $p$, nos dará el de $p'$; con el valor de $r$ y el de $\omega_3$ por las dos primeras (**22**) se calcularán $\lambda_1 - \lambda_5$

y $\lambda_2 + \lambda_4$, que sustituidos en las primeras (**21**) darán para $t_{r1} - t_{r5}$ $t_{r2} + t_{r4}$ otros nuevos valores más aproximados que los antes obtenidos, y que servirán, siguiendo la misma marcha, es decir, calculando nuevamente $\omega_3$, $r_1$ $\lambda_1 - 2\lambda_2 + 2\lambda_3 - 2\lambda_4 + \lambda_5$, $p'$, $\lambda_1 - \lambda_5$, $\lambda_2 + \lambda_4$, $t_{r1} - t_{r5}$ y $t_{r2} + t_{r4}$, para otros valores más aproximados aun de $r$, $\omega_3$ y $p'$; generalmente no hará falta repetir más las operaciones, lo que se reconocerá por la escasa diferencia que resulte entre los dos últimos valores obtenidos para $t_{r1} - t_{r5}$ y $t_{r2} + t_{r4}$ de los que dependen todos los demás.

Con los resultados que se acaban de conseguir, se calculará $Q$, fórmula (**19**), $\lambda_1 + \lambda_3$ y $\lambda_2 - \lambda_4$ por la tercera y cuarta de las (**22**) y $t_{r2} - t_{r4}$, $t_{r1} + t_{r5}$ por las 3.ª y 4.ª de las (**21**), la cual, por medio de las dos últimas expresiones (**17**) nos determinarán $2\,e\,sen\,(\omega_3 - \mu)$ y $2\,e\,cos\,(\omega_3 - \mu)$, quedando así conocidos en definitiva todos los elementos del sistema, ó sean: $Q$ peso del contrapeso, $r$ radio de las evolutas, $\omega_3$ ángulo que fija su posición en la *III* del sistema, $e\,sen\,(\omega_3 - \mu)$ y $e\,cos\,(\omega_3 - \mu)$, coordenadas del centro de gravedad con respecto á la horizontal y vertical trazados por el centro de la evoluta, en la misma posición *III* y $p'$ peso por metro línea de las cadenas dobles. La extensión de las evolutas puede determinarse después de esto por las mismas consideraciones que desarrollamos en el método cálculo ordinario.

Debemos hacer observar que para obtener en la práctica buenos resultados por medio del cálculo expuesto, es ventajoso aprovechar de la parte de la curva que representa la acción de la resistencia la próxima al punto de inflexión que presenta, que es la más regular; para conseguir este objeto da Mr. Percin la regla de colocar el punto sensiblemente fijo $A$ (fig. 121) inferiormente á la recta que une las dos posiciones extremas de los puntos de amarres de las cadenas, y á una distancia de ella, medida según la perpendicular, menor que $\frac{1}{10}$ de la que existe entre el eje de giro y dicho punto de amarre.

Las inexactitudes de ejecución se corrigen fácilmente por medio del procedimiento de rectificación que más adelante describimos.

El siguiente cuadro, á la vez que presenta la marcha de los

cálculos en resumen, puede servir para ordenarlos en las aplicaciones.

## Primera serie de operaciones.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Gráficamente $l_1=$ | $\Lambda_1=$ | $l_1+\Lambda_1-L=\Lambda'_1=$ | $\Lambda'_1-\Lambda'_5=$ | Gráficamente $t_1=$ | $t_1-t_5=$ |
| $l_2=$ | $\Lambda_2=$ | $l_2+\Lambda_2-L=\Lambda'_2=$ | $\Lambda'_2+\Lambda'_4=$ | $t_2=$ | $t_2+t_4=$ |
| $l_3=$ | $\Lambda_3=$ | $l_3+\Lambda_3-L=\Lambda'_3=$ | $\Lambda'_1+\Lambda'_5=$ | $t_3=$ | $t_1+t_5=$ |
| $l_4=$ | $\Lambda_4=$ | $l_4+\Lambda_4-L=\Lambda'_4=$ | $\Lambda'_2-\Lambda'_4=$ | $t_4=$ | $t_2-t_4=$ |
| $l_5=$ | $\Lambda_5=$ | $l_5\ \Lambda_5-L=\Lambda'_5=$ | $\Lambda'_1-2\Lambda_2+2\Lambda'_3-$ | $t_5=$ | $t_1-2t_2+2t_3-$ |
| $\delta=\dfrac{l_1-l_5}{2\pi}$ | $4=$ | | $-2\Lambda'_4+\Lambda'_5=$ | | $-2t_4+t_5=$ |

## Segunda serie de operaciones.

Cálculo aproximado por las fórmulas **(21)**.

$t_{r_1}-t_{r_5}=$

$t_{r_2}+t_{r_4}=$

$$\omega_3=\frac{t_{2r}+t_{r_4}}{t_{r_1}-t_{r_5}}$$

$$r=\frac{\delta}{2\,\omega_3}$$

Cálculo por las fórmulas 1.ª, 2.ª y 5.ª de las **(22)** de

$\lambda_1-2\lambda_2+2\lambda_3-2\lambda_4+\lambda_5=$

$\lambda_1-\lambda_5=$

$\lambda_2+\lambda_4=$

Cálculo por igualación á cero del 2.º miembro de la expresión 5.ª de la **(21)** de $p'=$.

Cálculo más aproximado por las fórmulas **(21)** de

$t_{r_1}-t_{r_5}=$ $\quad\omega_3=$

$t_{r_2}+t_{r_4}=$ $\quad r=$

Estas operaciones se repetirán en el mismo orden hasta obtener valores satisfactorios de $t_{r_1}-t_{r_5}$ y $t_{r_2}+t_{r_4}$.

## Determinación de los valores definitivos.

$r=$

$\omega_3=$

$Q=t_{r_2}+t_{r_4}=$

$p='$

Cálculo por las fórmulas 3.ª y 4.ª de las **(21)** y **(22)**.

$\lambda_1-\lambda_5=$

$\lambda_2-\lambda_4=$

$t_{r_1}+t_{r_5}=$

$t_{r_2}-t_{r_4}=$

Cálculo por las fórmulas 3.ª y 4.ª de las **(17)**

e sen $(\omega_5-\mu)$

e cos $(\omega_3-\mu)-$

Ejemplo: á fin de que se conciba cuál es la exactitud que el procedimiento de cálculo expuesto permite alcanzar, reproduciremos un ejemplo que dá en la *Memoria descriptiva* de su sistema el capitán Percín.

El tablero de este puente pesa 3.200 kilógramos, y sus principales dimensiones están indicadas en la figura 122: exigencias de construcción hacen colocar la línea $O\,A$ más alta que la que une el centro de gravedad del tablero con $O$, formando ambas un ángulo 1°30′. El valor de $\delta$ en el contrapeso es de 0.891, $r = o,13$ y $\omega_3 = 196°$; L es igual á 9.70; los valores extremos de $l$, $2^m,24$ y $8^m,08$; los valores de $l_1; l_2, l_3, l_4, l_5$, son 5, 16, 5, $6 \pm 1.40$ y $5.16 \pm 2.80$; las cadenas de suspensión pesan 5 kilógramos por metro y las dobles son tales que $2\,p' = 45$ kilógramos. En estas condiciones la curva que representa la potencia tiene la forma que se vé en la figura 123 de trazo lleno, y la de la resistencia la de puntos; sobre la línea horizontal de trazo y punto se han marcado las posiciones *I*, *II*, *III*, *IV* y *V* para las cuales las dos curvas se cortan y hay equilibrio exacto: las diferencias del mismo oscilan entre 8,7 kilógramos y — 11.5 kilógramos.

Hay que observar que para restringir la extensión de la curva y acentuar más su forma, se han tomado las ordenadas á partir de la línea inclinada $X\,Y$, una parte de la cual está solamente trazada. Las cifras entre paréntesis expresan la porción de ordenada entre dicha línea y la horizontal de trazo y punto. La escala escogida es de medio milímetro por kilógramo.

**119. Rectificación del equilibrio.**—Una de las mayores ventajas del método de cálculo adoptado, aparte de permitir colocar la polea de cambio en una posición cualquiera, estriban en que se puede rectificar facilmente el equilibrio, después de puesto en obra el puente, de modo que se realicen en la práctica con toda exactitud las condiciones en que se estableció teóricamente.

Para ello se disponen, como ya hemos indicado en los discos exteriores de recubrimiento del contrapeso, y perpendicularmente á su plano, cinco clavijas en cruz, de modo que cuando el puente se halle en su posición intermedia III uno de los lados de la cruz esté vertical (fig. 124), con lo que, si el otro le es exac-

tamente perpendicular, se conseguirá satisfacer la misma condición en las posiciones I, II, IV y V.

Establecido el puente y el contrapeso con sujeción á los resultados de la teoría, se procederá á la rectificación del siguiente modo (1).

1.º *Se eleva el tablero hasta la posición V y se equilibra el sistema, añadiendo pesos sobre la clavija central ó las laterales, ó trasportando de una á otra los que existen ya.* Como el contrapeso está entonces de tal modo que su acción sobre la cadena sencilla se halla muy próxima al mínimo, el centro *O* se encuentra muy cerca de la cadena doble y la clavija 4 á la derecha de la vertical de estas cadenas, así pues, trasportando pesos á ella, se disminuye la acción del contrapeso, y añadiendo en la clavija central ó en las otras se aumenta.

*Se baja el puente hasta la posición I, se establece el equilibrio quitando ó añadiendo pesos sobre las clavijas 2 y 4, teniendo cuidado, á fin de no turbar el equilibrio establecido en V, de repartir desigualmente entre 2 y 4 los pesos que se añaden ó quitan, poniendo ó quitando algunos más en 4 que en 2.* Las razones para esto son fáciles de deducir: si el equilibrio que había en V no subsiste en I no puede ser debido á la influencia de un error en la colocación del centro de gravedad, puesto que, dando el contrapeso una vuelta completa, la influencia de este error sería la misma en ambas posiciones; un error en el ángulo $\omega$, que alteraría los brazos de palanca $C\,M$ y $M\,F$, tampoco puede ser causa de la perturbación del equilibrio, pues según hemos visto (**112**) un error de esta clase produce una alteración constante durante toda la maniobra en la tensión de las cadenas exteriores, y por tanto, sería la misma en I que en V: luego sólo modificando $Q$ debe poder corregirse el sistema, y esto es lo que se hace.

Pero hemos dicho además que deben ponerse más pesos en 4 que en 2: esto se hace porque en V, 4 estará á la derecha de la cadena doble, y desde luego más cerca de ella que la 2: luego si se añaden pesos á ambas clavijas inversamente proporcionales á

---

(1) Las palabras en bastardilla constituyen las indicaciones que deberán darse al obrero ú obreros encargados de la operación.

sus distancias á dicha cadena doble, es decir, más pesados en 4 que en 2, la acción de estos pesos adicionales en V no ejercerá influencia sobre la cadena sencilla y la ejercerá en I.

*En caso necesario se pueden añadir pesos sobre la clavija central*: puesto que la influencia de esta operación es mucho menor en V, en que *O* está muy cerca de la cadena doble, que en I.

*Se volverá á la posición V, y si el equilibrio no subsiste, apesar de la precaución tomada, se repetirá la primera operación y luego la segunda, hasta que se llegue á un resultado aceptable, para lo que bastarán generalmente una ó dos operaciones: en este momento se debe considerar ya como rectificado el peso del contrapeso; podrán trasportarse trozos de hierro de una clavija á otra, pero no deberán añadirse ni quitarse.*

*2.° Se pasa á la posición IV, y llevando pesos á las clavijas próximas á la cadena sencilla, quitándolos de las más lejanas, se aumentará la acción del contrapeso, disminuyéndola por la operación contraria, hasta que se logre así establecer el equilibrio.* Es claro que si no se hace más que cambiar pesos de 1 á 3, no se alterará el equilibrio en I y V, puesto que ambas posiciones dichas clavijas se hallan sobre la misma vertical.

*Se pasa á la posición II: se establece el equilibrio cambiando pesos de 1 á 3 y de 3 á 1, teniendo cuidado de señalar los que se cambien; conseguido aquél se llevan á la clavija central todos los pesos señalados y se restablece el equilibrio, que por esta causa habrá desaparecido, bajando ó elevando el punto de enganche* H, *(fig. 121) de la cadena doble.* A fin de darnos cuenta de la influencia de estas operaciones, supongamos que había equilibrio en IV y que en II predomina el peso del tablero: será necesario por la trasposición de pesos aumentarlos en 1 y disminuirlo en 3 (fig. 124), á fin de acercar el centro de gravedad á la cadena sencilla; si volviéramos ahora á la posición IV, es evidente que en ella el centro de gravedad, colocándose á la derecha de la posición que en el estado de equilibrio tenía, habrá hecho que predomine el tablero en IV tanto como antes predominaba en II: luego si los pesos trasportados los llevamos á la clavija central, en II sólo habremos aumentado la potencia en la mitad del error por defecto notado, y en IV sólo la disminuiremos en la mitad del error que

se hubiera producido de no llevar los pesos á la clavija central, por consiguiente, en uno y otro caso habrá la misma preponderancia por parte del tablero, y corrigiéndola en una de dichas posiciones por medio del movimiento de la doble cadena, ó sea por la alteración de los brazos de palanca, como esta alteración produce un efecto constante en cualquiera posición del sistema, lo producirá en las dos que consideramos y se habrá conseguido el equilibrio en ellas.

*La cadena doble queda ya en su posición definitiva y no debe tocarse.*

3.° Por efecto de la última operación hecha habrá desaparecido el equilibrio en I y V: el error, será sin embargo, constante, visto el origen que tiene: *se volverá á la posición I y se restablecerá el equilibrio cambiando pesos entre las clavijas 2 y 4 únicamente*: esta operación no alterará el equilibrio en II y IV, puesto que dichas clavijas se hallan entonces sobre la misma vertical: en I y V produce variaciones en la potencia iguales, por lo mismo que hemos dicho al tratarse de la operación anterior y como las alteraciones producidas por la variación de longitud de la cadena doble habían sido también iguales, resulta que *el equilibrio quedará asegurado en las posiciones* I, II, IV y V, y por lo visto en el cálculo teórico, *también en la* III.

Como vemos, este procedimiento de rectificación está basado en las mismas condiciones que el método de cálculo seguido. En efecto, se determinan por él sucesivamente: el valor del contrapeso, la distancia de su centro de gravedad á la línea 2 4, la posición precisa del punto de enganche de las cadenas dobles y, finalmente, la distancia del centro de gravedad á la línea 1-3. No puede darse nada más rigoroso y más práctico.

Aquí como en el método de rectificación que en otro lugar expusimos (**113**) puede presentarse la necesidad de aligerar el contrapeso cuando está reducido á sus elementos esenciales, y la de tener que sacar pesos de una clavija que no contenga ninguno: se salvan del mismo modo ya explicado.

La segunda operación puede hacerse en uno de los contrapesos, y la tercera en el otro, con lo cual se reducen á dos el número de clavijas de cada disco.

**120. Detalles de construcción.**—Después de lo explicado sobre la constitución del contrapeso, poco es lo que tenemos que exponer en este lugar. Las circunstancias locales determinarán la distancia á que debe colocarse aquél en su posición inicial inferiormente á las poleas de cambio; en la puerta de la plaza de Randon se alojaba, á fin de ocultarlo, en unos pozos cubiertos con placas de fundición provistas de un orificio para el paso de la cadena sencilla; las cadenas dobles se sujetaban á una vigueta de hierro empotrada por sus extremos en las paredes laterales del pozo. Los demás detalles de disposición del sistema pueden ser los mismos que para los puentes de cadenas ya descritos.

**121. Análisis del sistema.**—El ser este puente uno de los que más modernamente se han ideado, ha sido quizá causa de que se haya extendido poco, máxime cuando en Francia, donde debía ser más conocido, son reglamentarios los de báscula inferior. De aquí que los resultados de experiencia no puedan ser utilizados para formar juicio exacto sobre las cualidades que pueden reunir en las aplicaciones.

En la puerta Randon parece que no dió buen resultado por la falta de coincidencia entre los centros de gravedad y de la evoluta; el inventor del sistema cita, sin embargo, otro puente, establecido por él anteriormente, que llevaba cuatro años de funcionamiento regular.

En nuestro concepto, aún cuando la coincidencia matemática deseada de los repetidos centros pueda conseguirse, el gran error que una pequeña excentricidad es capaz de producir es un defecto grave, si no se dispone de medios de rectificación perfecta; este defecto se atenúa mucho en la disposición que hemos propuesto, por la facilidad con que el puente se rectifica.

La disposición Percin es ingeniosa y revela un estudio detenidísimo de las condiciones del problema, se logra, con gran sencillez en las disposiciones, realizar el desideratum de prescindir de toda sujeción en el mecanismo, y se corrige el equilibrio con exactitud suficiente y relativa facilidad. Cierto que los cálculos que hay que hacer son un tanto largos y engorrosos; pero este solo inconveniente no nos parece de bastante entidad, pues todo

queda reducido á algún trabajo más, que nunca serámucho al calcular el puente. Todo problema de construcción exige cálculos, á veces más difíciles que los expuestos, y no creemos que se rechace nunca por ellos una disposición cualquiera ventajosa.

En cambio este sistema tiene las ventajas de la sencillez de su mecanismo; de la continuidad del equilibrio que evita toda sacudida y debe permitir un movimiento del puente más suave que en ningún otro sistema de contrapeso variable; no sujetándose á la condición de igualdad de evolventes, permite adoptar varias soluciones para el problema, pudiéndose elegir entre ellas lo más conveniente; las resistencias pasivas son menores que en otros puentes, aún prescindiendo de tener en cuenta que no hay necesidad de polea de cambio.

No cabe duda, pues, que en muchas circunstancias el empleo de este sistema pueda ser el más ventajoso, y de aquí que merezca ser conocido y estudiado con detenimiento por cuantos tengan que resolver el problema de establecer un puente levadizo.

# CAPÍTULO IX

## EXAMEN DE LAS RESISTENCIAS PASIVAS.

**122. Influencia de las resistencias pasivas y necesidad de su conocimiento.**—Al estudiar la teoría de los diversos sistemas de puentes levadizos, se prescinde de las resistencias que sus órganos ofrecen al movimiento, en virtud de su constitución física. Esta omisión es necesaria para evitar complicaciones insuperables en el cálculo de los distintos elementos de un puente; pero no puede ser absoluta, si se quiere obtener en la práctica resultados similares á los de la teoría en cuanto sea posible.

El proyecto de un puente levadizo cualquiera no será completo si no se conocen, aun cuando sólo sea aproximadamente, las resistencias pasivas de todas clases: el estudio de ellas permitirá en muchos casos modificar la forma y posición de algunas piezas de la manera más ventajosa para conseguir la dimensión de las mismas; además, una vez puesto en obra el sistema dará ocasión al conocimiento de aquellas imperfecciones que, caminando á ciegas, pudieran ser atribuídas á las resistencias pasivas, siendo así que acaso resulten originadas por defectos de ejecución agravables con el transcurso del tiempo que forzosamente ha de aumentarlas (1): por esta razón debe comprobar tam-

(1) En el puente levadizo de flechas, cuyo cálculo es tan fácil, las resistencias pasivas no pasan de 40 kilógramos para tableros de 3000 kilógramos; y sin embargo, no hay puente de este peso que no exija en los primeros días, después de establecido, dos hombres por lo menos para ser maniobrado, es decir, un esfuerzo triple del necesario para vencer las resistencias producidas por el rozamiento.

bién, ya elevado el puente por la adicción de contrapesos de valor conocidos que impriman á aquel un movimiento muy lento, ó ya recurriendo al empleo de dinamómetros, si el esfuerzo que hay necesidad de ejercer para levantar y bajar el puente rebasa en mucho el límite previamente calculado.

En las reparaciones que con tanta frecuencia es necesario llevar á cabo en puentes ya establecidos, el conocimiento de las resistencias pasivas es un guía seguro para aquilatar la parte que en las imperfecciones corresponde á las mismas, y la debida á vicios del sistema, inexactitudes ó errores de cálculo y deterioros causados por el tiempo.

Mas se comprenderá la necesidad del conocimiento de las resistencias pasivas atendiendo á otras cuestiones, en cuyo examen detallado necesitamos entrar. Refiérese la primera al aumento del contrapeso: ocúrrese en efecto, á primera vista, que aumentando el valor de éste la maniobra de elevar el puente se facilitará, realizándose con gran rapidez; pero este aumento no debe hacerse á ciegas, pues si fuese excesivo se producirían choques perjudiciales contra el batiente de la puerta al fin de la maniobra: es, pues, necesario calcular cuáles son las resistencias pasivas en las posiciones inicial y final para conseguir que en aquélla el esfuerzo de elevación sea muy pequeño: en estas condiciones no habrá que temer para la posición final choques como los expresados, pues si bien las resistencias pasivas son en ella menores, también es cierto que un aumento del contrapeso, por la manera de ser de los puentes equilibrados, ha de ejercer muy poca influencia en la posición final del sistema; pero esto no es razón para que se haga á la potencia mayor que la resistencia en la posición inicial que en la final, pues en tal caso, por virtud de la fuerza viva acumulada en el tablero, se podría producir en la última el choque que tratamos de evitar. Este aumento del contrapeso exigirá, en cambio, mayores esfuerzos para bajar el puente que los necesarios si no se hubiera dado; mas, como ya en otra ocasión hemos dicho, la operación que más rapidez requiere en la maniobra de un puente es la de elevarlo, y, por otra parte, se puede facilitar el descenso haciendo que al final de ella, cuando las resistencias pasivas alcanzan un valor máximo, como así-

mismo la influencia del aumento dado al contrapeso, se añada á la acción de los que actúan sobre el mecanismo el peso de algunos hombres que se coloquen hacia la extremidad anterior del tablero.

Otras consideraciones, íntimamente enlazadas con lo que acabamos de exponer, hacen resaltar más la necesidad del estudio que vamos á emprender. Sabido es que en varios de los sistemas de puentes estudiados las cadenas de suspensión pasan por las gargantas de una ó dos poleas, trasmitiéndose á las interiores la acción de la fuerza motriz por el intermedio de una rueda de maniobra montada sobre su mismo eje: si la adherencia que el rozamiento de las cadenas con dichas poleas determina es inferior al esfuerzo que por las primeras se ha de ejercer sobre el tablero, esfuerzo que en teoría debía ser nulo, pero que en la práctica no lo es por la existencia de las resistencias pasivas, las expresadas poleas patinarán y será imposible mover el puente por los medios ordinarios: este efecto solo será de temer cuando la tensión alcance un valor mínimo por serlo también la adherencia, es decir, en las posiciones del tablero próximas á la vertical.

El aumento dado al valor del contrapeso tiene una influencia muy marcada en este hecho, pues si bien es cierto que en el movimiento ascensional, disminuyendo el esfuerzo necesario para la maniobra, contribuirá á evitar el patinamiento, en el descenso ocurrirá lo contrario: de aquí la necesidad de tener en cuenta esta circunstancia para dar al contrapeso una preponderancia tal que evite este inconveniente.

Representemos por $t_n$ la tensión que el peso del tablero origina en las cadenas de suspensión cuando se halla muy próximo á la vertical; sean: $\rho$ el radio de la polea cuyo eje lleva la rueda de maniobra, $f$ el coeficiente de rozamiento entre cadenas y poleas, $\lambda$ la longitud de un eslabón, $E$ la tensión que produce en las cadenas el aumento del valor teórico del contrapeso, $K_p$ el esfuerzo necesario para vencer las resistencias pasivas y $n$ el número de ángulos salientes, ó cambios de dirección, que los eslabones de las cadenas proporcionan. Teniendo presente que en estas condiciones la potencia aplicada al ramal de una polea ha de ser, para poner en movimiento la resistencia, igual al valor de ésta multiplicado por

$$\left(1 + \frac{f\lambda}{\rho}\right)^n \text{ (1)}$$

tendremos que el valor de la adherencia producida por el rozamiento en el movimiento ascensional viene medida por

---

(1) La fórmula citada es la misma que se emplearía para medir el rozamiento de una cuerda con un prisma poligonal regular, en el que se apoyára por $n$ aristas, sin más que sustituir en ella el ángulo $\alpha$, que mide su desviación en cada arista por la relación $\frac{\lambda}{2\rho}$ (*Aide-mémoire de l'Ingenieur de la societé Hütte*, traducida por Philippe Huguenin.) Como no hemos podido encontrar esta fórmula en ninguno de los varios tratados de Mecánica que hemos consultado, no creemos inoportuno dar aquí su demostración, aunque sencilla y facil de obtener.

Supongamos (fig. 125) una cuerda $a\ b\ c\ d\ e$ en las condiciones expresadas; si prescindimos del rozamiento debido á su peso propio, que es insignificante, la tensión del ramal $b\ c$ será la misma que la del $a\ b$ aumentada en el rozamiento originado en la arista $b$ por efecto de la presión que en ella se ejerce: esta presión es la resultante de las tensiones á que se hallan sujetos ambos ramales, que, designándolas por $P$ y $t'$, nos permitirán establecer:

$$P - t' = \text{sen}\,\alpha\,(t + t')\,f,$$

siendo $f$ el coeficiente de rozamiento

Reemplazando en el segundo término $t + t'$ por $2\,t'$ lo que sin gran error puede hacerse, tendremos:

$$P = t'\,(1 + 2\,f\,\text{sen}\,\alpha).$$

Del mismo modo:

$$t' = t''\,(1 + 2\,f\,\text{sen}\,\alpha),$$

$$t'' = t'''\,(1 + 2\,f\,\text{sen}\,\alpha);$$

y sustituyendo en la primera expresión:

$$P = Q\,(1 + 2\,f\,\text{sen}\,\alpha)^n\,,$$

siendo $n$ el número de aristas.

Ya hemos dicho como puede aplicarse esta fórmula á las cadenas, y aunque en algún autor hemos visto usar la $P = Q\,e\,f^{\alpha}$ que corresponde á las cuerdas arrolladas sobre un cilindro, creemos más conforme con lo que acontece en la práctica el empleo de la fórmula antes consignada, aun cuando esta otra tenga en su abono la ventaja de su mayor sencillez.

$$t_n \left[\left(1+\frac{f\lambda}{\rho}\right)^n - 1\right],$$

cantidad que ha de ser menor que el esfuerzo necesario para la maniobra, lo que nos permite establecer:

$$\textbf{(1)} \qquad t_n \left[\left(1+\frac{f\lambda}{\rho}\right)^n - 1\right] > R_p - E\ .$$

Al tratar de dar al puente el movimiento de descenso, observando que entonces la tensión del ramal conducido es $t_n + E$, la adhesión será:

$$(t_n + E)\left[\left(1+\frac{f\lambda}{\rho}\right)^n - 1\right],$$

y la condición para evitar el patinamiento:

$$\textbf{(2)} \qquad (t_n + E)\left[\left(1+\frac{f\lambda}{\rho}\right)^n - 1\right] > R_p + E\ .$$

Si se quiere obtener aún más exactitud, habrá que hacer entrar en el segundo miembro de estas desigualdades el término correspondiente á la diferencia entre el valor asignado por la teoría y el que alcanzaría en la práctica la acción del contrapeso, diferencia proviniente de que al calcular éste hemos prescindido del efecto que pueden producir ciertas partes del mecanismo, como por ejemplo las cadenas arrolladas sobre las espirales de los puentes Derché y Devèze; despues de lo dicho al estudiar los diversos puentes, es fácil calcularla para la posición particular que aquí nos interesa, y representándola por $C$, las desigualdades se transformarán en:

$$\textbf{(3)} \qquad t_n \left[\left(1+\frac{f\lambda}{\rho}\right)^n - 1\right] > R_p - E \pm C$$

$$(4) \quad (t_n + E)\left[\left(1 + \frac{f\lambda}{\rho}\right)^n - 1\right] > R_p + E \pm C,$$

dando á $C$ el signo que convenga según favorezca ó perjudique la acción de la potencia; pero como estos valores de $C$ alcanzan en la práctica á lo sumo 3 ó 4 kilógs., bastará calcular la desigualdad con una diferencia á favor del término mayor que exceda á dicha cantidad para tener la seguridad de que el patinamiento no ha de producirse.

Si las desigualdades no se verifican, habrá que rectificar los diversos términos que entran en ellas; se puede variar el valor de $E$, el de $\rho$, (lo que producirá también la variación de $R_p$, según veremos), y el de $f_n$; lo que producirá menos tanteos será esto último, y se conseguirá aumentar su valor, aumentando el de la relación $\frac{l}{b}$, con solo modificar la posición de las poleas; si se creyera conveniente aumentar $\rho$, lo que no puede hacerse más allá de ciertos límites á fin de que la relación entre el radio de la rueda de maniobra y aquel valor no disminuya con perjuicio de una favorable trasmisión de la potencia, habrá que comprobar si con el nuevo valor que resulte para $R_p$, el de $E$ no es excesivo: con pocos tanteos se conseguirá llegar facilmente á un resultado aceptable en todos los casos.

**123. Cálculo de las resistencias pasivas.** — Son de dos clases: las originadas por la inercia de las masas que hay que poner en movimiento, cuyo valor es muy pequeño comparado con las de la segunda clase, á saber, las engendradas por los rozamientos en los diversos órganos del sistema, que alcanzan valores de alguna consideración (1).

**124. Resistencia debida á la inercia de las masas.—**

(1) Durante algún tiempo se consideró como una resistencia considerable la debida á la inercia. Poncelet fué quien al calcularla demostró su insignificancia.

La resistencia que el aire opone al movimiento de las masas es despreciable, alcanzando sólo una fracción de kilógramo.

Tanto en el movimiento ascensional, como en el de descenso del tablero, partimos de una velocidad nula para llegar á otra nula también, de modo que la fuerza viva perdida, ó el trabajo á ella equivalente, es cero (1): el esfuerzo necesario para vencer la inercia en el primer momento es restituído cuando el puente, en virtud de la misma inercia, continúa su movimiento con la velocidad ya adquirida, empleando la fuerza viva que posee en vencer las resistencias pasivas Esto no obstante, interesa á nuestro objeto calcular cuál es el esfuerzo necesario para vencer la inercia del tablero en los primeros momentos, pues tal esfuerzo es uno de los sumandos que constituyen el total necesario para la producción del movimiento.

Para evaluarlo sea $\omega$ la velocidad angular del tablero cuando haya recorrido una cierta parte de su carrera, un sexto por ejemplo, $I$ el momento de inercia del mismo con relación al eje de muñones; la variación de fuerza viva del tablero, equivalente al trabajo $T_i$ de las fuerzas de inercia, será, recordando que la velocidad inicial es cero,

$$T_i = \frac{\omega^2}{2} I.$$

Para simplicar la expresión de $I$ podemos, sin gran error, asimilar el tablero á un paralelepípedo rectangular de densidad $\pi$, y cuyas tres dimensiones, espesor, longitud y anchura designaremos por $e$, $L$ y $L'$; observando además que la pequeñez de $e$ permite suponer que el eje de muñones pasa por el centro de la cara determinada por las aristas cuyas dimensiones son $e$ y $L'$, obtendremos:

---

(1) Siguiendo la notación de Coriolis, conforme también con las enseñanzas de nuestro ilustrado profesor el teniente coronel D. Nicolás de Ugarte, llamamos fuerza viva al producto $\frac{m v^2}{2}$ y no al $v m^2$, más generalmente designado con tal nombre.

$$I = \frac{\pi}{g} \times \frac{L.L'.e}{12} (e^2 + 4.L^2),$$

y despreciando el término que resulta multiplicado por $e^2$, y llamando $P$ el peso total del tablero, se podrá establecer con exactitud suficiente para nuestro objeto

$$\textbf{(5)} \qquad T_i = \frac{\omega^2}{6} \times \frac{P}{g} L^2.$$

Las demás masas que constituyen el mecanismo exigen también un cierto esfuerzo para vencer su inercia. Consideremos, á fin de fijar las ideas, un puente levadizo equilibrado por un contrapeso que actúa en forma conveniente calculada sobre las cadenas de suspensión, suponiéndolas en la disposición que representa la fig. 126: estudiaremos en primer término la resistencia debida á las poleas $B$ y ruedas de maniobra montadas sobre su mismo eje y después la del contrapeso $Q = \frac{d\,l}{a\,b} P$, teniendo $d, l, a$ y $b$ las significaciones ya establecidas (§ 49).

El momento de inercia de las poleas con las ruedas de maniobra podemos suponerlo igual sin error notable, dado nuestro objeto, á $\frac{p}{g} R_1^2$, siendo $R_1$ el radio medio de aquéllas, es decir, la distancia entre el eje de giro y el centro de gravedad de la semisección determinada por un plano que pase por el expresado eje y $p$ el peso de las poleas y ruedas de maniobra, considerándolas confundidas en una sola á causa de la simetría de su disposición: llamando $\omega'$ la velocidad angular de las poleas, tendremos para la expresión del trabajo debido á su inercia:

$$\textbf{(6)} \qquad T'_i = \frac{\omega'^2}{2} \cdot \frac{p}{g} R_1^2 \qquad (1)$$

---

(1) El verdadero valor del momento de inercia es

$$I = \frac{\pi}{g} (W + 0{,}325\, W_1)\, R^2,$$

siendo $W$ el volumen de la corona circular $W_1$ el total de los brazos y sus

El valor de $\omega'$ se obtendrá fácilmente para una posición $O\,A$ cualquiera, observando que, la velocidad de circulación $\omega\,a$ de $A$ estará con la $v$ que se dirige en el sentido $A\,B$ en la misma relación que los espacios elementales $A\,A'$ y $A\,A''$; así, pues,

$$\frac{\omega\,a}{v} = \frac{A\,A'}{A\,A''} = \frac{1}{\operatorname{sen}\theta},$$

y por consiguiente:

$$\omega' = \frac{v}{R} = \frac{\omega\,.\,a\,.\operatorname{sen}\theta}{R}.$$

El trabajo que se necesita para vencer la inercia del contrapeso será, según todo lo dicho:

$$T''_i = \frac{Q}{2g}\,\omega^2\,a^2\operatorname{sen}^2\theta,$$

siendo $Q$ el valor de la suma de los dos contrapesos iguales, que sustituido por $P\,\frac{d\,l}{a\,b}$, transforma la expresión anterior en

$$T''_i = \frac{P\,d\,l}{2\,g\,a\,b}\,\omega^2\,a^2\operatorname{sen}^2\theta;$$

y observando que

$$\frac{l}{b} = \frac{\operatorname{sen}\theta'}{\operatorname{sen}\theta},$$

---

nervios correspondientes, y $\pi$ la densidad de la materia de que está constituida la polea. (Poncelet.--*Traité de Mecanique apliquée aux machines.* —Primera parte, segunda sección.—Pág. 191 de la edición de Lieja, 1845).

$$(7) \qquad T''_i = \frac{P\,d}{2\,g}\, a\,\omega^2 \operatorname{sen}\theta' \operatorname{sen}\theta.$$

Esta cantidad, que es nula para la posición vertical del tablero, va aumentando á medida que este desciende, y será un maximo cuando lo sea el producto *sen* $\theta$ *sen* $\theta'$, es decir, para $\theta = \theta'$, disminuyendo á partir de aquí hasta que el tablero quede horizontal; pero como la inercia de las masas debe ser vencida en un corto espacio, á partir de esta última posición, se tomará para valor de *sen* $\theta$ *sen* $\theta'$ la media aritmética de los correspondientes á las dos indicadas, lo que nos permitirá obtener el valor aproximado de $T''_i$

La suma de todos estos valores $T_i$, $T'_i$ y $T''_i$ es el trabajo total debido á la inercia. Analíticamente, ó por un dibujo hecho en escala, se puede medir lo que se han acortado las cadenas exteriores desde la posición inicial hasta la que corresponde á $^1/_6$ de la carrera del tablero, y esto nos dará el camino recorrido por el punto de contacto de las cadenas con las gargantas de las poleas: la relación entre su radio y el de las ruedas de maniobra nos dará el del punto de aplicación de la potencia, y dividiendo por él la suma antes expresada tendremos el esfuerzo necesario para vencer la inercia.

**125. Resistencias debidas á los rozamientos.** — Las partes que componen un puente levadizo de cualquier sistema tienen, en general, movimientos de rotación, para los cuales se hallan provistos de muñones alojados en sus muñoneras correspondientes, dando origen á rozamientos opuestos á la acción de las fuerzas activas que alterarán el equilibrio teórico establecido por el cálculo en proporción bastante mayor que la fuerza de inercia.

Su evaluación es fácil de hacer apoyándose en los principios de la mecánica, puesto que, después de todo, no entra ningún órgano á formar parte de los mecanismos que nos han ocupado, cuyo rozamiento no se haya considerado al estudiar aquél. Sin embargo, á fin de indicar de una manera precisa y determinada cuál debe ser la marcha del cálculo, y en la imposibilidad de es-

tudiar el rozamiento en todos los tipos puentes descritos, lo cual nos obligaría por otra parte á frecuentes repeticiones, examinaremos tan sólo algunos de ellos, á los que por analogía pueden referirse con facilidad suma todos los demás. Examinaremos, por tanto, las resistencias que se originan en los muñones y puntos de enganche de las cadenas que trasmiten á un puente la acción del contrapeso, considerando en tal caso, como es lógico, el rozamiento en las poleas sobre las que pasan y la resistencia debida á la rigidez de las mismas; las originadas en un puente de báscula en prolongación del tablero, y, finalmente, en los del puente de flechas, por la importancia que el conocimiento de las resistencias pasivas puede tener en las reparaciones que en ellos habrá que efectuar con mucha frecuencia.

**126. Rozamiento en un puente de cadenas y poleas. Rozamientos en los muñones del tablero y husillos de amarre de las cadenas.**—Llamando $r$ el radio de los husillos de enganche de las cadenas, $r'$ el radio de los muñones del eje posterior del tablero y conservando las demás notaciones empleadas, supongamos que en un movimiento diferencial pase aquél de la posición $O\,A$ á la $O\,A'$, y vamos á evaluar el trabajo virtual de cada una de las fuerzas que intervienen en el sistema, cuya suma debe ser cero, si éste ha de permanecer en equilibrio.

Estas fuerzas son:

1.° La tensión $t$ de las cadenas $A\,B$ capaz de hacer equilibrio al peso del puente y á los rozamientos en los husillos y muñones: su trabajo será:

$$t \,.\, a \,.\, d\,\theta' \cos A'\,A\,A'' = t \,.\, a \,.\, d\,\theta' \operatorname{sen} \theta.$$

2.° El peso $P$ del tablero aplicado en su centro de gravedad que produce un trabajo, de signo evidentemente contrario al anterior, y que tendrá por expresión:

$$P.d \,.\, d\,\theta'. \cos G'\,G\,m = P\,d.\,d\,\theta' \operatorname{sen} \theta'$$

3.° El rozamiento en los muñones $O$: la fuerza á él debida tiene por valor la presión normal á estos muñones multiplicada

por el seno del ángulo de rozamiento, que se acostumbra á designar por $f_1$ y que es igual á $\frac{f}{\sqrt{1+f^2}}$, siendo $f$ el de la tangente del expresado ángulo ó coeficiente de rozamiento que se encuentra en tablas especiales.

La presión citada es la resultante de la tensión $t$ y el peso $P$ y ha de pasar forzosamente por el eje $O$ de giro: su valor, deducido del triángulo $x\ y\ z$ es igual á

$$\sqrt{t^2 + P^2 + 2\,P\,t\cos x\,y\,z},$$

y observando que

$$\cos x\,y\,z = \cos\left[\,180^\circ - (\theta'' + \gamma)\,\right] = -\cos(\theta'' + \gamma)$$

y que

$$t^2 = t^2\left[\cos^2(\theta'' + \gamma) + \operatorname{sen}^2(\theta'' + \gamma)\right],$$

se obtendrá para valor de la resistencia engendrada por el rozamiento considerado:

$$f_1\sqrt{t^2\operatorname{sen}^2(\theta'' + \gamma) + \left[P - t\cos(\theta'' + \gamma)\right]^2}\ .$$

El camino elemental del punto de aplicación de esta fuerza se confundirá evidentemente con su dirección y será $r'\,d\,\theta'$, con lo que el trabajo virtual, de signo contrario al de la tensión, será:

$$r\,.\,d\,\theta'\,.\,f_1\sqrt{t^2\operatorname{sen}^2(\theta'' + \gamma) + [P - t\cos(\theta'' + \gamma)]^2}.$$

El valor de la fuerza resistente engendrado por el rozamiento en $A$, será $f_1\,t$, y el trabajo, del mismo signo que el anterior, resultará igual, razonando análogamente, á

$$r\,.\,d\,\theta\,.\,f_1\,t.$$

Luego, en definitiva, la ecuación de equilibrio resultará ser:

$$t\,.\,a\,.\,d\,\theta'\,.\,\operatorname{sen}\theta = P\,.\,d\,.\,d\,\theta'\operatorname{sen}\theta' +$$

$$+\,r'\,.\,d\,\theta'.\,f_1\sqrt{t^2\operatorname{sen}^2(\theta'' + \gamma) + [P - t\cos(\theta'' + \gamma)]^2} + r\,.\,d\,\theta\,.\,f_1\,.\,t$$

ó simplificando:

$$t \cdot a \cdot \operatorname{sen}\theta = P \cdot d \cdot \operatorname{sen}\theta' + r' f_1 \sqrt{t^2 \operatorname{sen}^2(\theta''+\gamma)+[P-t\cos(\theta+\gamma)]^2}+$$

$$+ r f_1 t \frac{d\theta}{d\theta'};$$

el valor de la relación $\frac{d\theta}{d\theta'}$ se deduce fácilmente del triángulo $A\,A'\,A'''$, que proporciona las relaciones:

$$A\,A' = a \cdot d\,\theta'$$

$$A'\,A''' = l \cdot d\,\theta'' = l\,(d\,\theta' - d\,\theta) = A\,A' \cos\theta = a \cdot d\,\theta' \cdot \cos\theta,$$

de donde:

$$\frac{d\,\theta}{d\,\theta'} = \frac{l - a\cos\theta}{l},$$

y como

$$l = a\cos\theta + b\cos\theta''$$

$$\frac{d\theta}{d\,\theta'} = \frac{b}{l}\cos\theta'',$$

cuyo valor sustituído en la ecuación de equilibrio la convierte en

$$t \cdot a \operatorname{sen}\theta = P \cdot d \cdot \operatorname{sen}\theta' + r' f_1 \sqrt{t^2 \operatorname{sen}^2(\theta''+\gamma)+[P-t\cos(\theta+\gamma)]^2}+$$

$$+ r f_1 \frac{b}{l}\cos\theta'' \cdot t \qquad (1)$$

---

(i) En el caso particular de hallarse situada una polea de cambio en una forma tal que su punto de tangencia con las cadenas de suspensión se halle en la vertical del eje de muñones, $\gamma = o$, y la expresión deducida se convierte en la

$$t \cdot a \cdot \operatorname{sen}\theta = P \cdot d \cdot \operatorname{sen}\theta + r' f_1 \sqrt{t^2 \operatorname{sen}^2\theta'' + (P\,t\cos\theta'')^2} + r f_1 \frac{b}{l}\cos\theta'' \cdot t.,$$

que es á la que llega el general Poncelet en su obra citada.

La resolución de esta ecuación con respecto á $t$ sería muy complicada en la forma que acabamos de presentar: es ventajoso, pues, á fin de simplificarla, reemplazar la expresión radical, que es de la forma $\sqrt{x^2+y^2}$, por otra tal como la $\alpha x + \beta y$, cuyos coeficientes $\alpha$ y $\beta$ pueden determinarse por el método de los mínimos cuadrados (1): según éste, si designamos por tang $\varphi_1$ y tang $\varphi_0$ dos valores entre los que quede constantemente comprendida la relación $\frac{x}{y}$, los anteriores coeficientes serán:

$$\alpha = 2\,\frac{\cos\varphi_0 - \cos\varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_0 + \operatorname{sen}(\varphi_1 - \varphi_0)}$$

$$\beta = 2\,\frac{\operatorname{sen}\varphi_1 - \operatorname{sen}\varphi_0}{\varphi_1 - \varphi_0 + \operatorname{sen}(\varphi_1 - \varphi_0)}.$$

Para determinar los expresados límites en el caso que nos ocupa, observaremos que, en general, para todas las posiciones del puente se tendrá:

$$P - t\cos(\theta'' + \gamma) > t\operatorname{sen}(\theta'' + \gamma), \quad (2)$$

y por lo tanto, la relación entre el segundo y el primer miembro de esta desigualdad tendrá como límite superior é inferior uno y cero respectivamente, de modo que que podemos establecer:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = 1 \qquad \text{y} \qquad \operatorname{tg}\varphi_0 = 0,$$

---

(1) *F. Redtembacher.—Resultats sciéntifiques et pratiques destinés á la construction des machines.*—Traducción de la quinta edición alemana por el Dr. F Grashof, 1874.

(2) En un puente levadizo, establecido con poleas de cambio en la vertical de eje de muñones, la relación anterior se verifica siempre sin más que procurar, como por otro parte se hace, para no anular la tensión de la cadena en la posición vertical del tablero, que $O\,b$ sea mayor $O\,a$ (fig. 127): en efecto, examinando el paralelógramo $p\,x\,y\,z$, se comprende fácilmente que la condición $P - t\cos\theta'' > t\operatorname{sen}\theta''$, que corresponde á este caso, por ser $\gamma = 0$, equivale á la de $m\,z > x\,m$, lo cuel exige en definitiva que el ángulo $m\,x\,z$ sea mayor de 45°; es fácil comprobar que esta condición se verifica para la posición horizontal del tablero, y con mayor razón para los demás, siempre que $O\,b > O\,a$ .

En un puente (fig. 128), establecido tal como hemos considerado para

de donde:

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{4} \quad y \quad \varphi_0 = 0,$$

y $\alpha$ y $\beta$ tendrán por valores respectivamente 0,393 y 0,947, lo que nos dará:

$$\sqrt{t^2 \operatorname{sen}^2(\theta''+\gamma)+(P-t\cos(\theta''+\gamma)]^2} = 0{,}393\, t \operatorname{sen}(\theta''+\gamma)+$$

$$+ 0{,}947\,(P - t\cos(\theta''+\gamma)]$$

El error relativo tiene como valor máximo

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_0 - \operatorname{sen}(\varphi_1 - \varphi_0)}{\varphi_1 - \varphi_0 + \operatorname{sen}(\varphi_1 + \varphi_0)} = 0{,}0525.$$

Sustituyendo el valor del radical en la ecuación de equilibrio y despejando $t$ se obtendrá:

$$(8)\quad t = \frac{P\,(d \operatorname{sen}\theta' + 0{,}947\, r' f_1)}{a \operatorname{sen}\theta - r f_1 \frac{b}{l}\cos\theta'' + r' f_1\,(0{,}947\cos(\theta''+\gamma) - 0{,}393 \operatorname{sen}(\theta''+\gamma)]}$$

para expresión del esfuerzo que hay que ejercer sobre las cadenas (1) la diferencia entre este valor y el suministrado por el contrapeso, calculado sin tener en cuenta las resistencias pasivas,

---

nuestros cálculos, el ángulo $m\,x\,z$ será también en general mayor de 45° y, por tanto, $P - t\,cos\,(O'' + \gamma) = m\,z > t\,sen\,(O'' + \gamma)$, aun en el caso más desfavorable de colocación de la polea $b$, ó sea cuando se establezca en la horizontal del punto $d$ determinado de modo que $O\,d = O\,c$: para comprobar si así ocurre bastará medir en el mismo dibujo que haya servido para fijar la posición de $b$, la magnitud $p\,x$ que debe ser mayor que la $o\,p$, pues en tal caso el ángulo $p\,x\,o < 45°$ y el $m\,x\,o > 45°$; sin embargo, si por circunstancias especiales fuera necesario separar el punto $b$ de la vertical hasta que la expresada condición se realizara y no fuera posible ó conveniente ni elevarlo ni establecer una polea de cambio en $d$, se recurrirá al método de las sustituciones sucesivas que en el texto indicamos, y que, aunque menos expedito que el propuesto, presenta la exactitud suficiente en las aplicaciones.

(1) Haciendo $\gamma = 0$ en esta expresión se llega á la misma fórmula consignada en las obras Poncelet, Gauthier y Gratry.

servirá para determinar la tracción que hay que ejercer sobre las cadenas, á fin de vencer aquellas (1).

**127.** Puede resolverse también la ecuación de equilibrio con relación á $t$ por sustituciones sucesivas; al efecto reemplazaríamos el valor del radical del segundo miembro por el que resultara poniendo en él en vez de $t$ su valor, prescindiendo de los rozamientos; con el valor así obtenido en el primer miembro para $t$ procederíamos á una nueva aproximación, sustituyéndolo en la cantidad subradical, y así sucesivamente; con sola la primera operación habrá en general suficiente para las necesidades de la práctica.

Las posiciones para las que más nos interesa conocer las resistencias pasivas son la horizontal, por ser en ella un máximo, y la vertical por las razones expuestas (§ 122): en la 1.ª, la fórmula no sufre alteración, y los valores de los ángulos que en ella entran podrán obtenerse con facilidad de un dibujo en escala, ó por la resolución de un triángulo $O\,A\,B$, cuyos lados son conocidos: en la posición vertical se observará que si, como frecuentemente ha de ocurrir, se sitúa la polea $B$ de modo que la cadena quede horizontal al estar aplicado al tablero contra el batiente de la puerta, se verificarán las relaciones siguientes:

$$\theta = 90^\circ + \alpha, \qquad \theta' = \gamma - \alpha = \beta, \qquad \theta'' = 90^\circ - \gamma,$$

$$\operatorname{sen}\theta = \cos\alpha, \operatorname{sen}\theta' = \operatorname{sen}\beta, \cos\theta'' = \operatorname{sen}\gamma, \operatorname{sen}(\theta''+\gamma) = 1, \cos(\theta''+\gamma) = 0,$$

con lo que obtendremos:

$$\textbf{(9)} \quad t = \frac{P\,(d \operatorname{sen}\beta + 0{,}947\, r'\, f_1)}{a\cos\alpha - f_1\,(r\,.\,\frac{b}{l}\operatorname{sen}\gamma + 0{,}393\, r')}.$$

---

(1) Por creerlo más conforme con los estudios que se hacen en nuestra Academia, hemos expuesto para hallar el valor aproximado del radical, el método de los mínimos cuadros. Podría deducirse también por el procedimiento propuesto por el general Poncelet (1.ª parte, 3.ª sección de la obra citada): en este caso los coeficientes $\alpha$ y $\beta$ tienen los valores 0,398 y 0,96, cometiéndose un error de 0,0396: la fórmula á que se llega tiene la misma forma que la deducida, sin más modificación que la del distinto valor de los coeficientes.

**128. Rozamientos en los muñones de las poleas y entre los eslabones de las cadenas.**—Si designamos por $t'$ la tensión de la cadena después de pasar por la polea $B$, ésta tensión debe hacerse equilibrio con la que acabamos de calcular y las resistencias debidas al rozamiento de los eslabones de la cadena entre sí y al de los muñones de las poleas con sus coginetes: el primero constituye lo que podemos llamar rigidez de las cadenas, y su efecto se reduce á aumentar el brazo de la resistencia y disminuir el de la potencia, en forma tal, que para el equilibrio se tenga, no considerando la segunda resistencia citada:

$$P = Q\left(1 + 2f_1'\frac{e}{R}\right),$$

siendo $e$ el radio de un eslabon y $f_1'$ el seno del ángulo de rozamiento (1).

**129.** El rozamiento de los coginetes con los muñones de la polea es debido á la presión que los mismos sufren por efecto del peso propio $p$ de aquella y de las tensiones $t$ y $t'$ de los dos ramales de la cadena: si suponemos para mayor generalidad que el ramal al que vá unido el contrapeso forma un ángulo $\delta$ con la vertical, (2) y descomponemos las tensiones citadas en esta dirección y la horizontal, la presión de que tratamos tendrá por valor:

---

(1) F. Redtembacher.—Obra citada. Para la demostración de esta fórmula puede verse «Los Mecanismos» por D. Ricardo Aranaz: en esta obra se llega á demostrar que

$$P(R - f_1 e) = Q(R + f_1 e)$$

de donde:

$$P = Q\frac{R + f_1 e}{R - f_1 e} = Q\left(1 + 2f_1\frac{e}{R}\right)$$

despreciando por su pequeño valor los demás términos del cociente que son de la forma:

$$2.\frac{\overline{f_1 e}^2}{R^2}, \quad \frac{\overline{2f_1 e}^3}{R^3} \text{ etc.}$$

(2) Este caso se presentaría en el puente Belidor.

$$\sqrt{(t\cos(\theta''+\gamma)+p+t'\cos\delta)^2+(t'\operatorname{sen}\delta-t\operatorname{sen}(\theta''+\gamma)^2},$$

y la ecuación de equilibrio, tomando en consideración las dos resistencias mencionadas, resultará:

$$t'.\,R=(R+2f'_1e)\,t+r''f''_1\sqrt{(t\cos(\theta''+\gamma)+p+t'\cos\delta)^2+}$$

$$\overline{+(t'\operatorname{sen}\delta-t\operatorname{sen}(\theta''+\gamma)^2},$$

siendo $r''$ el radio de los muñones de las poleas y $f''_1$ el seno del ángulo de rozamiento.

Para resolver esta ecuación con respecto á $t'$ emplearemos el mismo procedimiento expuesto, atendiendo á que evidentemente

$$t\cos(\theta''+\gamma)+p+t'\cos\delta>t'\operatorname{sen}\delta-t\operatorname{sen}(\theta''+\gamma)$$

y por lo tanto

$$1>\frac{t'\operatorname{sen}\delta-t\operatorname{sen}(\theta''+\gamma)}{t\cos(\theta''+\gamma)+p+t'\cos\delta}>0$$

pudiendo sustituirse el radical, con error de $\frac{1}{20}$, por

$$0{,}393\,[t'\operatorname{sen}\delta-t\operatorname{sen}(\theta''+\gamma)]+0{,}947\,(t\cos(\theta''+\gamma)+p+t'\cos\delta)$$

y obtendremos en definitiva para valor de $t'$:

$$\textbf{(10)}\quad t'=\frac{t[(R+2f'_1e)+r''f''_1(0{,}947\cos(\theta''+\gamma)-0{,}393\operatorname{sen}(\theta''+\gamma)]+0{,}947r''}{R-r''f''_1(0{,}393\operatorname{sen}\delta-0{,}947\cos\delta)}$$

Para el caso de $\delta=0$, que es el más frecuente,

$$\textbf{(11)}\quad t'=\frac{t[(R-2f'_1e)+r''f''_1(0{,}947\cos(\theta''+\gamma)-0{,}393\operatorname{sen}(\theta''+\gamma)]+0{,}947r''}{R-0{,}947\,r''f''_1}$$

En la posición vertical $\theta''+\gamma=90,^{\circ}$ y las expresiones anteriores se transformarán en:

$$\textbf{(12)}\quad t'=\frac{t(R+2f'_1e-0.393\,r''f''_1)+0{,}947\,r''f''_1p}{R-r''f''_1(0{,}393\operatorname{sen}\delta+0{,}947\cos\delta)}$$

$$(13)\quad t' = \frac{t(R + 2f'_1 e - 0{,}393\, r'' f''_1) + 0{,}947\, r'' f'''_1 p.}{R - 0{,}947\, r'' f''_1}$$

**130 Ejemplo:**—A fin de poder darse cuenta del grado de importancia que alcanzan las diversas resistencias estudiadas, vamos á aplicar las fórmulas que anteceden á un caso particular. Las principales dimensiones correspondientes al mismo se hallan indicadas en la figura 129 y las no incluidas en ellas las iremos enunciando cuando sea necesario (1).

*Resistencia debida á la inercia de las masas.*—Supongamos que el tablero se mueve con movimiento uniformemente acelerado hasta que el punto $A$ alcance una velocidad de $0{,}^{m}2$ con lo que tendremos:

$$\omega = \frac{0{,}2}{4{,}05} = 0{,}05 \text{ (próximamente)}$$

y la expresión (5) nos dará:

$$T_i = \frac{0{,}05^2}{6} \times \frac{3000}{9{,}8} \times 16 = 2{,}04 \text{ kilógms.};$$

el valor de $\omega'$ es en este caso

$$\frac{0{,}2 \,.\, \text{sen}\,(43^\circ - 5')}{0{,}33} = 0{,}42,$$

---

(1) Los datos que hemos escogido son análogos á los del puente que estudia el general Poncelet en su obra ya citada, y que con pequeña diferencia copian el Mayor Gratry en su «Essai sur les ponts mobiles militaires» y el general Gauthier en su «Memoria sobre puentes levadizos.» Este puente fué construido en una de las puertas de Metz por el capitan de Ingenieros Mr. Bugnot.

Nosotros hemos variado su disposición suprimiendo la polea de cambio cuyo punto de tangencia con las cadenas de suspensión cae sobre la vertical del eje de muñones, dejando solo las interiores montadas sobre el mismo eje de maniobra, lo que, como es lógico, introduce una variación radical en los cálculos; pero, como antes decimos, conservamos las dimensiones de tablero, á fin de poder comparar los resultados obtenidos con los que obtiene el general Poncelet, y deducir así la ventaja que bajo el punto de vista de los rozamientos ofrece la disposición que aconsejamos en todo el curso de la obra.

y si suponemos que las poleas y su rueda de maniobra pesan 350 kilógms. y que $R$, es igual $0,^{m}45$, tendremos con arreglo á la fórmula **(6)**:

$$T'_i = \frac{0,42^2}{2} \times \frac{350}{9,8} \times 0,45^2 = 0,66 \text{ kilógms.}$$

El producto *sen* $\theta$ *sen* $\theta'$ que entra en la expresión $T''_i$ es igual 0,6929 para la posición inicial del puente y á 0,7333 cuando $\theta = \theta'$: por consiguiente

$$T_i'' = \frac{3000 \times 2}{2 \times 9,8} \times 4,0524 \times 0,05^2 \times \frac{0,6929 - 0,7333}{2} = 2,18 \text{ kgms.}$$

Lo que antecede nos dá á conocer la debil influencia de la fuerza de inercia que en total alcanza á menos de 5 kigs., de los cuales corresponderán 2,50 á cada una de las poleas. Si las ruedas de maniobra tienen doble radio que aquéllas, el esfuerzo que la expresada resistencia obligará á desarrollar será únicamente de 1,25 kilgs. en cada una: en general se podrá prescindir del cálculo de $T'_i$ cuyo valor es insignificante.

La longitud de cadena que pasa por las poleas es próximamente $0,^{m}65$ desde la posición inicial á la que corresponde á $^1/_6$ de la carrera del tablero, y como las ruedas de maniobra son de radio doble, el punto de aplicación de la potencia recorrerá $1^{m}30$ dividiendo por esta cantidad el valor total del trabajo de las fuerzas de inercia, 4,88 kigms., se obtendrá como valor del esfuerzo necesario para vencer esta resistencia 3,75 kilgs., cantidad insignificante y de cuyo cálculo se puede prescindir por esta razón, no habiéndolo hecho nosotros con el único objeto de dar una idea de su valor (1).

*Resistencias debidas á los rozamientos.*—Si suponemos $r' = 0,02$ $r = 0,04$ y $f_1 = 0,2$, la fórmula (8) nos dará:

---

(1) El Mayor Gratry obtiene un resultado casi doble, debido á que confunde el trabajo con la fuerza, y toma en su consecuencia los kigms. por kigs. que suma luego con los de las resistencias restantes.

$$t=\frac{3000\,(2{,}006\times \operatorname{sen}(94°{,}45')+0{,}947\times 0{,}04\times 0{,}2)}{4{,}052\ \operatorname{sen}(43°{,}5')-0{,}02\times 0{,}2\,\frac{4{,}122}{6{,}010}\cos(42°-50')+0{,}04\times}$$

$$\frac{}{\times 0{,}2\,(0{,}947\,(\cos 56°{,}10)-0{,}393\,(\operatorname{sen} 56°{,}1C')}=$$

$$=\frac{2{,}00767536}{2{,}76622241}\times 3000=2177{,}34\ \text{kigs.},$$

El valor de $t$, sin tener en cuenta los rozamientos, calculado por la fórmula $t=\frac{P\,d\,l}{a\,b}$, será:

$$t=\frac{12{,}05606}{10{,}70561}\times 300=2165{,}04\ \text{kigs.}$$

y la diferencia debida á los rozamientos será 12,30 kigs.

Si prescindimos del rozamiento de los muñones del tablero el valor de $t$ será:

$$t=\frac{3000\times 2{,}006\times \operatorname{sen}(94°\,65')}{4{,}052\,\operatorname{sen}(43°,5')-0{,}02\times 0{,}2\times\frac{4,i22}{6{,}010}\cos(42°,50')}=$$

$$=\frac{1{,}9990993}{2{,}7659985}\times 3000=2168{,}22$$

obteniéndose para valor del esfuerzo que exige el rozamiento de los husillos 3,18 kilógramos, lo que demuestra su poca importancia.

Para la posición vertical tendremos, aplicando la fórmula (9)

$$t=\frac{3000\,(2{,}005\times \operatorname{sen}(4°{,}45')+0.947\times 0{,}04\times 0{,}2}{4{,}052\cos(9°{,}14')-0{,}2\,(0{,}02\times\frac{4.122}{0{,}38}+0{,}393\times 0{,}04}=$$

$$=\frac{520.728}{3{,}985}=130{,}65\ \text{kilógramos;}$$

y prescindiendo de los rozamientos

$$t=\frac{2106{,}30}{16{,}706}=126{,}10$$

cuya difencia 4,55 kilógramos, hace ver la disminución considerable que en tal caso experimenta la tensión.

En cuanto al rozamiento en las poleas, si tomamos para $f'_1$ el el mismo valor 0,20 que antes, puesto que las cadenas son de hierro, y damos á $f''_1$ el de 0,14 que corresponde á coginetes de bronce y ejes de hierro con lubrificante poco renovado, siendo $r'' = 0{,}02$ y $e = 0{,}008$, las fórmulas **(11)** y **(13)** nos darán

$$t' = \frac{2177{,}34\,[(10{,}33+2\times0{,}2\times0{,}008)+0{,}02\times0{,}14\,(0{,}947\cos(56°{,}10}{0{,}33-0{,}947\times0{,}02\times0{,}14}$$

$$\frac{-0{,}393\,\mathrm{sen}\,(56°{,}10')]+0{,}947\times0{,}02\times0{,}14\times350=}{}$$

$$= \frac{726{,}417748}{0{,}327348} = 2219{,}01 \text{ kilógramos.}$$

para la posición horizontal del tablero.

Para la vertical:

$$t' = \frac{130{,}65\,(0{,}33+2\times0{,}2\times0{,}008-0{,}393\times0{,}02\times0{,}14)+0{,}947\times0{,}02\times0{,}14\times}{0{,}33-0{,}393\times0{,}14}$$

$$= \frac{43{,}337837}{0{,}327348} = 132{,}69.$$

Si prescindimos del rozamiento de los muñones los valores de $t'_1$ serán respectivamente:

$$t' = \frac{2177.31\,(0\,33+2\times0{,}2\times0{,}008)}{0{,}33} = \frac{725{,}489688}{0{,}33} = 2198{,}45$$

$$t' = \frac{130{,}65\,(0{,}33+2\times0{,}2\times0{,}008)}{0{,}33} = \frac{43{,}53258}{0{,}33} = 131{,}92.$$

Resultados que nos permiten evaluar los esfuerzos que hay que ejercer sobre las cadenas, para vencer los rozamientos de sus eslabones y los de los muñones de las poleas en sus coginetes, en 41,67 kilógramos para la posición horizontal y 2,04 para la vertical: de estas sumas 21,11 kilógramos en el primer caso, y 1,27 en el segundo, son debidos á la rigidez de las cadenas.

Si agrupamos todos los resultados obtenidos en el presente ejemplo, se podrá formar el siguiente cuadro que permite apreciar claramente la influencia de todas y cada una de las resistencias pasivas consideradas:

| | | |
|---|---|---|
| Resistencia debida á la inercia de las masas..... | 3,75 | kgs. |
| Idem al rozamiento de los muñones del tablero. | 9,12 | » |
| Idem íd. en el enganche de las cadenas..... | 3,18 | » |
| Idem íd. en el eje de las poleas..... ..... | 20,56 | » |
| Idem á la rigidez de las cadenas..... | 21,11 | » |
| *Esfuerzo total que ha de trasmitirse por las cadenas.* | 57,72 | » |

Para un puente de las mismas dimensiones y en condiciones análogas á las expuestas, pero con polea de cambio en la vertical del eje de giro, obtuvo el general Poncelet los siguientes resultados:

| | | |
|---|---|---|
| Resistencia debida á la inercia de las masas..... | 3,50 | kgs. |
| Idem al rozamiento de los muñones del tablero . | 5,73 | » |
| Idem íd. en el enganche de las cadenas..... | 1,47 | » |
| Idem íd. en las articulaciones de las cadenas al arrollarse en las poleas anteriores... ..... | 25,97 | »(1) |
| Idem íd. en los muñones de las poleas anteriores. | 16,83 | » |
| Idem íd. en las articulaciones de las cadenas al arrollarse á las poleas interiores ..... | 26,49 | » |
| Idem íd. en los muñones de las poleas interiores. | 29,61 | » |
| *Esfuerzo total que ha de trasmitirse por las cadenas.* | 109,60 | » |

Un resultado muy poco distinto del indicado obtuvo el Mayor Gratry en su obra tantas veces citada.

Comparando unos resultados con otros, se vé que en lo relativo á la fuerza debida á la inercia, la diferencia es insignificante: en los muñones y puntos de enganche es algo mayor el rozamiento en el primer ejemplo que en el segundo, debido á que, como puede comprobarse fácilmente fijándose en la distinta in-

(1) El general Poncelet supone el empleo de cadenas planas de articulaciones análogas á las de Galle.

clinación que tienen las cadenas, la tensión de las mismas es mayor en aquél que en éste, y lo mismo ocurre con la presión sobre el eje de muñones del tablero; en cambio, por la misma razón, la presión ejercida sobre el eje de las poleas es menor para el primer caso que para el segundo, y, por tanto, lo es el esfuerzo necesario para vencer su rozamiento: no se debe considerar para esta comparación el de las poleas exteriores del segundo caso, pues no existiendo razón alguna que limite su radio, como en las interiores (§ 5), se ha hecho aquél de $0^m,60$, á fin de aminorar los rozamientos; también es menor en el primer ejemplo la resistencia originada por la rigidez de las cadenas, debido á suponerse en el segundo que se emplean las articulaciones del tipo Galle ó Neustadt.

En definitiva, la acumulación de todas estas causas produce una diferencia considerable, pues aun cuando se reduzca á la mitad por el empleo de una rueda de maniobra de radio doble que el de las poleas, representa casi el esfuerzo de un hombre.

El empleo de coginetes de rodadura, como los que hemos indicado, permitiría disminuir de una manera considerable los rozamientos, sobre todo en las poleas, que es para las que aquél alcanza mayor valor (1).

**131. Personal necesario para la maniobra, teniendo en cuenta las resistencias pasivas.**—El esfuerzo que desarrolla un hombre en las condiciones que se presentan al maniobrar un puente de cadenas, puede considerarse igual, por término medio, á 60 kilógramos, suponiendo que actúe en ocasiones por su propio peso; pero no debe exigírsele más que 30 kilógramos si el esfuerzo ha de ser continuado, y en este concepto el puente, cuyas resistencias pasivas hemos calculado, exigiría

---

(1) El general Poncelet, y con él el Mayor Gratry, proponen para las muñoneras coginetes de madera de guayaco que les permiten tomar para $f_1$ un valor de 0,05 en vez de 0,2 que nosotros hemos considerado; sin embargo, de los resultados de experiencia sobre rozamientos de muñones de hierro en coginetes como los citados, algunos de los cuales se encuentran consignados en la misma obra del general Poncelet, no nos parece resultar una ventaja tan considerable.

un solo hombre para su manejo, pues la existencia de una rueda de maniobra de radio doble del de la polea reduce á la mitad el esfuerzo que hay que ejercer sobre el contorno de aquélla; mas teniendo en cuenta los errores de ejecución, la influencia de los rozamientos del mecanismo, aún no considerados, y las diferencias provinientes de la no completa exactitud de la teoría, será conveniente emplear dos hombres: este número tendrá quizás que duplicarse cuando el puente lleve algún tiempo en obra, por la influencia que los deterioros causados por el tiempo ejercen en todas las resistencias, si no se tiene cuidado de entretenerlo esmeradamente. Todo puente que en la práctica exija para su maniobra más personal del indicado, puede considerarse desde luego como mal establecido.

En general, en estos puentes de cadenas es donde se producen mayores rozamientos; pero se vé que, en buenas condiciones de establecimiento, su valor no es exagerado y no puede considerarse como un obstáculo para su empleo.

**132. Cálculo de las resistencias pasivas en los mecanismos de los puentes Derché y Poncelet.**— En el puente Derché no hay otras resistencias, fuera de las ya estudiadas, que las originadas por el rozamiento de los eslabones de la cadena que sostiene el contrapeso, que ya hemos indicado como se calcula. Las condiciones de este caso varían algo, sin embargo, de las de una polea, que son las que hemos considerado; pues en tanto que el brazo de palanca de la tensión, igual al radio del tambor, permanece constante, el del contrapeso, ó sea el radio de curvatura de la espiral, es variable en cada momento: llamando $R$ al primero y $\rho$ al segundo, la relación entre la tensión $t$ y el contrapeso $P$ que haya de vencer aquélla y la rigidez de las cadenas será:

$$t\,(R + f'_1 e) = P\,(\rho - f'_1 e),$$

de donde:

$$P = \frac{\rho - f'_1 e}{R + f'_1 e}\,t.$$

Esta es la única variación que habría necesidad de introducir

en la ecuación de equilibrio, de la que hemos deducido la fórmula (10), teniendo en cuenta que $\delta = o$. Se podría anular la influencia de este rozamiento aumentándo el valor teórico de $\rho$, para la posición inicial, en la cantidad $f'_1 e$ y trazando la espiral en consecuencia, lo que produciría un aumento igual en todos los radios de curvatura: para el cálculo de aquél tomaríamos, no el valor $R$ que quisiéramos dar al tambor, sino este valor aumentado en $f'_1 e$.

De un modo análogo procederíamos para el cálculo de las resistencias del puente Devèze.

En el puente Poncelet no hay, á más de las ya estudiadas, otras resistencias perjudiciales que la originada por el repliegue de las cadenas del contrapeso en su parte inferior: esta es muy pequeña y no llega á más de 2,5 kilógramos el esfuerzo que hay que ejercer en las cadenas de maniobra para vencerla, ó á 5 kilógramos en las de suspensión; sin embargo, si las articulaciones no se entretienen con cuidado, resulta al cabo de algún tiempo, como hemos indicado al tratar de estos puentes, que se repliegan con dificultad: las disposiciones descritas para estas cadenas-contrapesos tienen por objeto aminorar este defecto.

**134. Rozamientos en el puente de flechas.** — Para calcularlos estableceremos las ecuaciones de equilibrio para el tablero y las flechas, considerando entre las fuerzas que actúan el rozamiento que produce en los muñones del tablero la presión normal que resulta de descomponer el peso $F$ en su punto de intersección en sentido de éstas y de la línea que une aquel punto con la proyección del eje de giro, así como la análoga que resulta sobre los muñones de las flechas.

Conservando las notaciones adoptadas (§ 12) y designando por $r$ y $r'$ los radios de los muñones del tablero de flechas y por $\theta$ el ángulo de $O\,O'$ con la vertical de $O'$ (fig. (20), tendríamos para ecuación del equilibrio del primero:

$$t \,.\, o\, F = P \,.\, d \,.\, \operatorname{sen}(\Omega - \beta) + f_1\, r \sqrt{(P - t\cos\theta)^2 + t^2 \operatorname{sen}^2\theta},$$

sin más que observar que el valor de la presión en los muñones

es, como fácilmente se deduce, el radical del segundo miembro de esta ecuación.

Mediante la misma transformación que empleamos en los puentes de cadenas, se puede establecer

$$\sqrt{(P\,t\cos\theta)^2 + t^2\,\text{sen}^2\,\theta} = 0{,}947\,(P - t\cos\theta) + 0{,}393\,t\,\text{sen}\,\theta$$

y por consiguiente:

$$\textbf{(14)} \qquad t = \frac{P\,(d\,\text{sen}\,(\Omega - \beta) - 0{,}947\,f_1\,r)}{0\,F + f_1\,r\,(0{,}947\cos\theta - 0{,}393\,\text{sen}\,\theta)}\,.$$

En la posición horizontal:

$$\text{sen}\,(\Omega - \beta) = -\,\text{sen}\,\beta,$$

$$0\,F = 0\,A\cos\theta = 0\,A\,.\,\frac{0'\,M}{00'}, \quad \text{sen}\,\theta = \frac{0\,M}{00'}$$

Siendo $P''$ el valor del contrapeso que equilibra al tablero y todas las resistencias pasivas, se podrá establecer:

$$P'' \times d'\cos\,(\Omega' - \beta) = t \times 0'\,F' + f_1\,r'\,(0{,}947\,(P'' + t\cos\theta) + 0{,}4\,t\,\text{sen}\,\theta),$$

de donde;

$$P'' = \frac{t\,[0'\,F' + f_1\,r'\,(0{,}947\cos\theta + 0{,}4\,\text{sen}\,\theta)]}{d'\cos\,(\Omega' - \beta) - 0{,}947\,f_1\,r'}$$

El valor de $t$ que figura en esta fórmula, debe ser el deducido de la **(14)** y la diferencia entre el valor de $P''$ así obtenido, y el teórico representa el esfuerzo necesario para vencer las resistencias pasivas: este en los puentes de flechas es muy pequeño, no excediendo en tableros de 3000 kilógramos de 40 kilógramos, es decir, el que puede desarrollar un solo hombre; este valor aumenta considerablemente al cabo de algún tiempo de establecidos, por las razones en otro lugar expuestas.

**134. Rozamientos en los puentes de báscula inferior.**—Siendo $P$ el peso del tablero y $Q$ el de la báscula capaz de vencer las resistencias pasivas, la presión sobre el eje de mu-

ñones será $P + Q$, y la ecuación de equilibrio, sencilla de establecer, será la de momentos entre $P$, $Q$ y $f_1 (P + Q)$. De ella se deduce el valor de $Q$, que restado del teórico dará el esfuerzo necesario para vencer las resistencias pasivas. Si se emplearan para la maniobra cadenas y poleas, como hemos explicado al ocuparnos de estos puentes, habría que tomar en cuenta el rozamiento en las poleas superiores, que sería insignificante por ser la tensión á que pueden hallarse sometidas las cadenas, igual únicamente al esfuerzo necesario para vencer las resistencias pasivas.

El valor de estas resistencias es muy pequeño en los puentes que nos ocupan, y desde luego pueden manejarse por un solo hombre, aun cuando en la práctica se empleen dos para mayor facilidad y regularidad de la maniobra.

# INDICE


Páginas.

*Reseña histórica*..... 1

CAPITULO I.

Descripción general..... 17
Partes de que se compone un puente levadizo.—Condiciones generales de los mismos..... 18
Detalles de construcción.—Tablero..... 19
Principales dimensiones de un puente levadizo..... 23
Poleas y cadenas..... 24
Ruedas de maniobra..... 27
Guardalados..... 28
Clasificación de los puentes según la naturaleza de su mecanismo. 33
Necesidad del estudio de los diversos tipos de puentes propuestos. 35
Observaciones sobre el cálculo y establecimiento de los puentes levadizos..... 36

CAPITULO II.

*Puentes de báscula y flecha y sus variedades*..... 39
Puente de flechas.—Descripción y maniobra.—Equilibrio..... 39
Establecimiento y rectificación del puente..... 41
Análisis del sistema..... 44
Puente levadizo de flechas interiores..... 44
Puente de flechas en zig-zag.—Descripción y maniobra..... 44
Equilibrio..... 45
Análisis del sistema..... 46
Puente de báscula superior invertida..... 46
Puente de péndolas de Barel.—Descripción y maniobra..... 47
Equilibrio..... 48
Análisis del sistema..... 50
Puente de péndolas modificado por el Coronel Beaulieu.—Descripción y maniobra.—Equilibrio..... 51
Análisis del sistema..... 52

CAPITULO III.

*Continuación de los puentes derivados del de báscula y flechas*—Puentes de báscula inferior.—Descripción y maniobra..... 53
Equilibrio.—Análisis del sistema..... 54

Páginas.

Puente Lagrange.—Descripción y maniobra ..... 55
Análisis del sistema..... 56
Puentes modernos de báscula inferior..... 56
Descripción y maniobra..... 57
Detalles de construcción..... 60
Aparatos de cierre..... 62
Detalles de construcción en los puentes de madera y hierro..... 63
Establecimiento y rectificación del puente..... 64
Análisis del sistema..... 65
Puentes que abaten hacia el foso..... 66
Análisis de estos sistemas..... 68
Puentes de muñones movibles..... 69
Primer sistema Emy.—Descripción y equilibrio..... 70
Análisis del sistema..... 71
2.° sistema Emy.—Descripción y maniobra..... 71
Puente Ardagh.—Descripción y maniobra..... 71
Equilibrio..... 73
Análisis del sistema..... 75
Puente Ardagh de curvas superiores.—Descripción y maniobra.. 75
Análisis del sistema..... 77
Puentes de cicloides y de Beaulieu..... 78

## CAPITULO IV

*Determinación de la tensión variable de las cadenas de suspensión de un puente levadizo*..... 81
Cálculo de la tensión teórica..... 81
Exámen de las disposiciones más convenientes en la práctica.... 83
Influencia del peso y flexibilidad de las cadenas..... 87
Determinación de K y K'..... 91
Influencia de una variación en la situación del centro de gravedad. 93

## CAPITULO V.

*Puentes cuyos contrapesos ruedan sobre curvas* ..... 97
Puente de Belidor.—Descripción y maniobra.—Equilibrio..... 97
Detalles de construcción..... 102
Análisis del sistema..... 103
Puente Corrado..... 105
Análisis del sistema..... 106
Puente Ardagh..... 107
Puente Delile.—Descripción y maniobra..... 110
Equilibrio..... 111
Detalles de construcción y establecimiento..... 115
Análisis del sistema..... 117

Páginas.

Puente Bergére..... 119
Puente Delile modificado por Devéze..... 121

## CAPÍTULO VI.

*Puentes de fuerza equilibradora constante*..... 123
*Puente Derché.*—Descripción y maniobra..... 123
Equilibrio..... 124
Cálculo de los diversos elementos de la evolvente..... 125
Evolvente mínima..... 128
Otras circunstancias que deben tenerse en cuenta..... 128
Curva descrita por el contrapeso..... 131
Detalles de construcción..... 132
Análisis del sistema..... 133
Modificación de Peaucellier y Wagner..... 134
Otra disposición propuesta por Peacellier y Wagner..... 137
Cálculo de los diversos elementos de las evolventes..... 139
Detalles de construcción..... 141
Análisis de estas modificaciones..... 141
Rectificación de los puentes levadizos á la Derché..... 142
*Puentes de curvas sobre el tablero.*—Descripción y maniobra..... 145
Equilibrio..... 146
Análisis del sistema..... 149
*Puente de puntos de enganche móviles del capitán Beaulieu*..... 149
*Puentes de contrapeso constante inferior al tablero*..... 151
*Puente de paralelógramo articulado*..... 151
*Puente del coronel Daudeliu*..... 152

## CAPÍTULO VII.

*Puentes levadizos de contrapeso variable*..... 155
*Puente Dobenhiem*..... 155
*Puente de contrapesos sumergibles de Bergére*..... 157
*Puente Poucelet*—Descripción y maniobra..... 158
Equilibrio..... 159
Disposiciones de las cadenas contrapesos é influencia de su constitución física en el equilibrio..... 162
Establecimiento y rectificación del puente..... 174
Otros detalles de construcción..... 177
Análisis del sistema..... 178
*Puente Mangin.*—Descripción y maniobra..... 178
Equilibrio..... 179
Detalles de construcción..... 185
Análisis del sistema..... 186

Páginas.

## CAPÍTULO VIII.

*Continuación de los puentes levadizos de contrapeso variable*..... 189
Contrapesos variables sistemas Desfeux, Lacoste, Guéze y Piochet. 189
Puente de rosario de bombas..... 196
*Puente Devéze.*—Idea general del mismo..... 199
Equilibrio..... 201
Exámen de las soluciones más convenientes..... 205
Cálculo del descenso del contrapeso y modo de tenerlo en cuenta en el de los elementos del puente..... 207
Curva descrita por el centro de gravedad del contrapeso..... 208
Influencia del peso de las cadenas..... 209
Modo de corregir la influencia del peso de las cadenas..... 213
Influencia de un error en la posición del centro de gravedad.—Medios de remediarla..... 214
Método de cálculo que permite una rectificación fácil..... 216
Métodos de cálculo y rectificación del capitán Percín.—Idea general de los mismos..... 218
Cálculo de la potencia y la resistencia..... 221
Determinación de los elementos del sistema..... 224
Determinación de los valores de $t_r$ ..... 227
Resúmen ..... 229
Rectificación del equilibrio..... 231
Detalles de construcción..... 236
Análisis del sistema..... 236

## CAPITULO IX.

*Exámen de las resistencias pasivas*..... 239
Influencia de las resistencias pasivas y necesidad de su conocimiento..... 239
Cálculo de las resistencias pasivas..... 244
Resistencia debida á la inercia de las masas..... 244
Resistencias debidas á los rozamientos..... 248
Rozamientos en un puente de cadenas y poleas.—Rozamientos en los muñones del tablero y husillos de amarre de las cadenas... 249
Rozamientos en los muñones de las poleas y entre los eslabones de las cadenas..... 255
Ejemplo ..... 257
Personal necesario para la maniobra, teniendo en cuenta las resistencias pasivas..... 262
Cálculo de las resistencias pasivas en los puentes Derché y Poncelet..... 263
Rozamientos en el puente de flechas..... 264
Rozamientos en los puentes de báscula inferior..... 265

# Erratas más importantes

| Pag. | Linea | Dice | Debe decir |
|---|---|---|---|
| 28 | 23 | que prestan | que no prestan |
| 32 | 19 | figuradas | figuras |
| 33 | 16 | $P + x = R + y$ | $P \cdot x = R \cdot y$ |
| 47 | última | realiza | realizar |
| 64 | 23 | movimiento | momento |
| 72 | 29 | d C″ | d C |
| 82 | última | O G | O G′ |
| 84 | 4 | asegurar | asignar |
| 90 | 6 | viene á representar | viene representado |
| 96 | primera | $V = \frac{P\,d}{a\,b}\, m\,l + \mu \operatorname{sen} \delta$ | $V = \frac{P\,d}{a\,b}\,(m\,l + n) \operatorname{sen} \delta$ |
| 98 | 19 | evacuación | ecuación |
| 104 | 34 | solo la vertical | sobre la vertical |
| 108 | 6 | popularidad | propiedad |
| 110 | 16 | O $O'_1$ | O O′ |
| 115 | 8 | G corresponde | O A corresponde al tablero, G |
| 116 | 35 | curvas E Q | cuerdas E Q |
| 121 | 13 | fuerzas | piezas |
| 132 | 13 | en su radio | con su radio |
| 136 | 7 | introducirse | introducir el |
| 140 | 22 | $\int_0^{\varphi_2} r\,\beta\,d\,\beta$ | $y = \int_0^{\varphi_2} r\,\beta\,d\,\beta$ |
| 146 | 21 | á ella corresponde | á ella correspondiente |
| 150 | 21 | á un puesto | á un punto |
| 160 | 11 | el punto | el puente |
| 165 | 20 | 300 kilógramos | 3.000 kilógramos |
| 169 | penúltima | 4 N C | 4 n c |
| 170 | 16 | obra horizontal | horizontal |
| 170 | 18 | con las cadenas | de las cadenas |
| 173 | 19 | el centro | el otro |
| 178 | 19 | y se hacen | y si se hacen |
| 186 | 4 y 5 | en los pasos | en los muros del paso |
| 186 | 5 y 6 | con muros del cierto | con cierto |
| 187 | 17 | en escala. Un medio | en escala un medio |
| 191 | 23 | función | fusión |

| Pag. | Linea | Dice | Debe decir |
|---|---|---|---|
| 193 | 34 | apoyo $d$ | apoyo $h$ |
| 195 | 34 | inferior | interior |
| 196 | 20 | anterior | exterior |
| 207 | 12 | $s = \frac{r}{2}(2\beta\varphi + \varphi)^2$ | $s = \frac{r}{2}(2\beta\varphi + \varphi^2)$ |
| 208 | primera | (9) se observa que para $\delta = A$ | (10) se observa que para $\Delta = A$ |
| 216 | 31 | determinadas | determinarlas |
| 220 | 7 | invàriable | variable |
| 222 | 18 | (fig. 2) | (fig. 121) |
| 223 | 22 | $\mu'$ | $\omega'$ |
| 229 | 4 | $-7{,}40$ | $= 7{,}40\ r$ |
| 239 | 16 | dimensión | disminución |
| 241 | 33 | $K_p$ | $R_p$ |
| 244 | 11 | $f_n$ | $t_n$ |

Además, la nota de la página 108 quedó incompleta en la página 110, donde falta lo siguiente:

Si suponemos en la ecuación (c) $r = 0$, que corresponde el caso particular tratado por teniente Ardagh, la expresión de $\rho$ será:

$$\rho = 2(l_0 - l_0 \cos\varphi),$$

que nos demuestra ser engendrada en este caso la epicicloide por un punto de la circunferencia de uno de dos círculos iguales que rueda sin resbalar sobre el otro, siendo su radio la longitud $l_0$ de cadena en la posición inicial del puente.

Este valor de $l_0$ es igual á $a\sqrt{2}$ y en su consecuencia se puede establecer:

$$\text{(f)} \qquad \cos\varphi = \operatorname{sen}(90^0 - \varphi) = 1 - \frac{\rho}{2a\sqrt{2}}$$

fórmula idéntica á la obtenida Ardagh que designa por $\theta$ el ángulo $90^0 - \varphi$, y la cual dice corresponde á una elipse en la que $2a\sqrt{2}$ y $a\sqrt{2}$ son los ejes.

El error en que este parece haber incurrido, es tanto más extraño cuanto que una sencilla sustitución hecha en la ecuación, de la cual deduce la igual á la (f), basta para hacer patente que aquella es de cuarto grado en $x$ é $y$, coordenadas de la curva que se busca.

Cuanto en el texto y en esta nota se dice, debe entenderse con la salvedad de que hayamos interpretado fielmente el pensamiente del autor de esta disposición, que entendemos que nunca puede ser exacta.